

教育研究集刊
第六十五輯第四期 2019年12月 頁77-116

原住民文化融入數學課程的發展： 以一所實驗小學為例



徐偉民

摘要

本研究旨在探討小學教師和數學師培者共同發展和實施原住民文化融入的數學課程。學校教師意圖發展與實施文化融入的數學課程，來提升學生對原住民文化的理解及數學學習的表現。本研究採個案研究，以實驗小學教師和研究者組成的共學探究社群為對象，先探討社群成員課程發展的歷程與焦點，再了解教師課程使用的情形。結果顯示在課程分析與設計時，教師關注問題的情境與表徵，意圖讓學生對問題的呈現感到熟悉且容易理解，並逐漸從學生的觀點來思考課程設計與數學的教與學；在課程實施時，教師幾乎完全使用設計的課程內容，使用後的反思與修正大都聚焦在表徵的合適性上。本研究發展文化融入數學課程時採用的分析、設計、實施、評鑑和修正的歷程，可作為實驗學校課程發展時的參考。

關鍵詞：文化融入數學課程、共學探究、原住民學生、實驗小學、課程發展

徐偉民，國立屏東大學教育學系教授

電子郵件：ben8535@mail.nptu.edu.tw

投稿日期：2019年06月12日；修改日期：2019年09月17日；採用日期：2019年12月05日

The Development of Integrating Indigenous Culture into Mathematics Curriculum in an Experimental Elementary School

Wei-Min Hsu

Abstract

This study aimed to investigate the development and implementation of integrating indigenous culture into mathematics curriculum through school teachers working with a mathematics educator. The school teachers intended to integrate indigenous culture into mathematics curriculum design to improve the students' understanding on indigenous culture and mathematics performance. The case study method was employed and the members of Co-Learning Inquiry Community (CLIC) which constituted by the researcher and school teachers were the participants. The results indicated that the teachers concerned on the presentation of problems which included cultural scenario and representations when they analyzed and designed the curriculum. They intended to help the students to be familiar with and to understand the presentation of problems easily. Moreover, the teachers gradually thought about curriculum design, mathematics teaching and learning from the students' perspectives. In the curriculum implementation, the teachers almost followed the contents of

Wei-Min Hsu, Professor, Department of Education, National Pingtung University

Email: ben8535@mail.nptu.edu.tw

Manuscript received: Jun. 12, 2019; Modified: Sep. 17, 2019; Accepted: Dec. 05, 2019.

designed curriculum. After the implementation, the focus of discussion and reflection was on the appropriation of problem representations. The curriculum developmental processes which this study adopted included analysis, design, implementation, evaluation, and revision could be as the reference for other experimental schools on curriculum development.

Keywords: culture-integrated mathematics curriculum, co-learning inquiry, indigenous students, experimental elementary school, curriculum development

壹、研究緣起與目的

實驗教育三法在2014年公布後，在強調學生為中心、尊重多元文化、信仰與智能的前提下，各縣市政府紛紛鼓勵所屬中小學申請成為實驗學校，發展學校的特色課程，以提供學生更多元、適性發展的學習機會。根據教育部的統計，目前全國有31所原住民實驗學校（27所小學、1所中小學、3所中學），以發展將原住民文化融入現有課程（例如將傳統的祭典或文化活動融入相關的課程）作為實驗教育的目標。在法令鬆綁、尊重多元發展的前提下，文化融入課程的發展便成為各實驗學校最主要的任務，因為研究指出課程是影響教室內教與學的關鍵（徐偉民，2017；Stein, Remillard, & Smith, 2007），而且原住民學生熟悉的文化下形塑而成的日常生活知識（everyday knowledge），與學校課程希望傳達的學術知識（academic knowledge）之間的落差，可能是原住民學生學習表現不佳的主要原因（紀惠英，2001；Ensign, 2005；Lipka, Webster, & Yanez, 2005）。因此，課程的發展與實施便成為實驗教育推動成功的關鍵之一。

但在眾多學科之中，哪一個學科的學習對學生未來的發展影響最大？過去，許多學者關注與探討原住民學生數學學習表現的議題（黃志賢，2006；譚光鼎、林明芳，2002；Barton, 2009），因為數學是學校學習的核心學科，它扮演著「關鍵過濾器」（critical filter）的角色，是決定個人未來發展成功與否的最重要指標（Ernest, 1998），且數學是原住民學生最感到困難與學習表現最不理想的學科（紀惠英，2001）。因此，文化融入數學課程的發展便成為實驗學校可以選擇發展的方向與焦點。但由於數學知識的抽象化與結構化，以及學校教師大都非數理相關主修的背景，使大多數原住民實驗學校並未選擇數學作為主要發展的課程。

但位於東部的種子實驗小學（匿名，以下稱為種子小學），有鑑於原住民學生學習表現不佳，以及傳承原住民傳統文化的使命，所以設定「文化紮根、學力提升」為實驗教育的主要目標，並將這兩大目標作為學校文化融入課程發展的主軸，意圖將原住民文化融入現行的課程中，讓學生在熟悉的文化情境中進行學科的學習，同時提升學生的學習表現及對文化內涵的理解。其中，學力的提升便

聚焦在學生的數學學習表現上，藉由結合部落的祭（季）典、文化活動與日常生活，來發展文化融入的數學課程。種子小學雖然以發展文化融入數學課程為推動實驗教育的主軸，但對於文化如何融入數學課程？如何進行課程的設計與發展？等，並未有明確和具體的想法，希望藉由數學師培者（mathematics educator）的協助，來落實該校的實驗教育目標。因此，本文的焦點在呈現種子小學教師和數學師培者共同發展與實施文化融入的數學課程，包括：

- 一、探討文化融入數學課程的發展過程與教師的感受。
- 二、探討教師對於文化融入數學課程的使用情形與反思。

貳、文獻探討

一、文化融入數學課程發展的主張——結合教師專業

長期以來，課程的發展大都採用由上而下的模式，由政府聘請外部專家學者來主導與編製，再要求學校執行與使用。這樣的模式無法顧及學校的特殊需求（鄭淵全，2005），忽視學校成員是課程發展的主體，也無法適應變遷快速的社會（方德隆，2001）。因此，學校本位課程的主張逐漸獲得重視，強調課程的發展應以學校為主體、學生為中心，結合校內外可能資源，由教師來進行課程的規劃、設計與發展，以回應學生的學習需求（張嘉育，1999）。再則課程是一個動態且有機發展的歷程，學校本位課程的發展是在社會變遷、法令鬆綁、課程理念改變及學校自主的條件下所形成（方德隆，2001）。這四個條件正是臺灣推動實驗教育的背景脈絡，同時也點出實驗學校在發展學校課程時應考量學校的特色與師生的需求。

課程的發展並非是一件容易的事，需要一個合作、對話且相互支持的社群來運作，同時教師在過程中應被視為主體，避免發展了新的課程，但卻沒有改變教師對課程原有的觀點，仍然使用傳統的方法來進行教學（林文生，2001）。也就是說，學校本位課程的發展最好是結合教師的專業成長，讓教師在參與、設計、決定課程的歷程中，同步提升其教學的專業，才能落實學校本位課程的理念（方德隆，2001；林佩璇，1999），並有利於後續的實施。因為沒有教師的專業成

長，就沒有學校本位課程的發展（Stenhouse, 1975）。

由學校本位課程的核心理念與發展歷程來看，可以了解實驗學校的課程發展，應建立在學校的特色與需求上，由教師為主體，結合或尋求內、外在資源，成立合作且相互支持的社群，再結合教師專業成長的活動中來展開。整個過程是一個動態發展、持續對話的歷程，關注的不僅僅是過程，也關注結果與後續的實施。由此來看種子小學數學課程的發展，其之所以決定將原住民文化融入到數學課程中，一方面是因為文化的保存與傳承是學校的使命，另一方面是學生的數學學習表現需要提升。從實務的觀點來看，需要將文化融入到數學課程中，並以此作為學校實驗教育的目標與特色；再從研究的觀點來看，過去許多研究指出，原住民學生數學學習表現不理想，其原因可能是文化的落差所造成（紀惠英，2001；Barton, 2009；Ensign, 2005；Lipka et al., 2005），更有許多研究發現，融入原住民文化到數學課程的設計與實施，能有效地提升學生的學習表現（Kisker et al., 2012；Lipka, Yanez, Andrew-Ihrke, & Adam, 2009；Meaney, Trinick, & Fairhall, 2013）。因此，文化融入數學課程的發展和實施，便成為提升原住民學生數學學習表現的關鍵。例如，美國阿拉斯加大學的MCC（Mathematics in Cultural Context）研究團隊，從1980年代開始，與Yup'ik族耆老、數學家、數學教育家、學校教師等人共同合作，從耆老對於傳統文化活動的講解與示範中，分析出其中所蘊含的數學概念，進而轉化成學校的數學課程（定位為補充式課程），並透過準實驗的設計來檢驗該課程實施的成效（Kisker et al., 2012；Lipka et al., 2009）。Meaney等人（2013）將紐西蘭毛利族的語言、文化與價值融入現有數學課程中，使原住民的知識體系整合到學校與教室的層面，進而提升了原住民學生數學學習的表現。在實務的需求與理論的支持下，種子小學以發展文化融入的數學課程為焦點，作為學校實驗教育的特色，同時解決學生數學學習表現不佳的問題。他們雖有理念與方向，也有相關法令的支持，但如何結合教師的專業成長來進行課程的發展，是他們在文化融入數學課程發展歷程中面臨的挑戰。

二、結合教師專業成長的課程發展方法——共學探究

過去，教師專業發展進行的方式，基本上是教學現場發現了問題，請師培者來幫忙修正這個問題（Dawson, 1999）。在這樣的前提下，教師的專業發展是請

師培者來「告訴」教師解決數學教學問題所需要的相關知識或技能，然後教師再將師培者所擬定的「處方」帶回教學現場，便可「解決」教師所面臨的教學問題。這種傳統教師專業發展的模式，是以「傳遞—接收」知識的方式來進行。但傳遞的模式真的能解決教師教學上面臨的問題嗎？真能改變教師原有的教學習慣嗎？國內外相關的研究都得出，教師的數學教學信念或意象是長期建立且不易改變的（徐偉民、張國綱，2010；Cooney, 2001; Stuart & Thurlow, 2000），且教師的教學表現受理論觀點的影響很小，大都仍採用原來的方式來進行（徐偉民，2011；徐偉民、廖玉婷，2012；Gainsburg, 2008）。意即，以傳遞—接收模式進行的教師專業成長，其成效有限。

近年來，許多研究者主張，師培者與教師應該建立一個專業社群，針對教學實務的問題來進行探究，這將可以促進教師的專業成長（林碧珍，2000；徐偉民、廖玉婷，2012；陳英娥、林福來，2004；Brown & Coles, 2010; Jaworski, 2008a, 2008b; Tzur, 2008）。Robutti等人（2016）在回顧10年（2005-2015年）的相關研究後發現，許多研究都強調師培者和教師採共學探究的方式來進行。因為數學師培者和教師具備的知識與工作的內容相近，包括都要了解數學及數學教學、都要了解如何轉化與設計教學活動來符合學生的需求、都要了解教育歷程中涉及的相關因素，只是師培者的知識偏向理論性，教師的知識偏向實務性，但都有共享的知識，也都共同關心與探究如何提升學生的數學學習（Jaworski, 2008a）。雙方的知識內涵與關係如圖1。因此，師培者和教師若能建立共學探究社群（Co-Learning Inquiry Community, CLIC），共同探究數學教學的實務，將能有效促進雙方的專業成長。

許多研究呼應了共學探究進行教師專業成長的主張，包括林碧珍（2000）和六位國小教師合作，共同探究教科書的數學問題並發展出教學案例，進而提升教師的專業發展。Zaslavsky（2007, 2008）透過師培者和教師共同進行數學問題的設計與實施，來促進教師數學教學的專業。從相關研究結果來看，師培者和教師針對數學教學實務（如數學問題的設計與實施）的共同探究，除了可以促使教師對於數學教學有更多的反思與理解，提升其數學教學的專業，同時也可以發展出適合於現場教學使用的課程。這樣的發現為種子小學在發展文化融入數學課程中所遭遇的挑戰，找到了解決的方法。

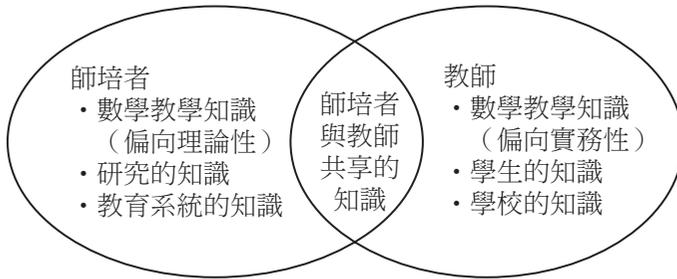


圖1 師培者與教師共享知識的關係圖

資料來源：修改自 *The International Handbook of Mathematics Teacher Education* (p. 2), by B. Jaworski and T. Wood, 2008, Rotterdam, Netherlands: Sense.

三、文化融入數學課程發展的焦點——數學問題

要進行數學課程的發展，要先了解數學課程內容的特色。數學課程（教科書）基本上是由數學問題所構成（徐偉民，2013a），且數學問題的呈現方式、焦點和類型都受到編輯理念的影響而有所不同（Grouws et al., 2013; Stein et al., 2007），再加上教科書中的數學問題是教師教學時的主要依據（徐偉民，2017；Grouws, Smith, & Sztajn, 2004），也是影響學生數學學習表現的關鍵（Boaler & Staples, 2008）。因此，要發展文化融入的數學課程，可以數學問題為焦點來進行分析與設計。過去相關研究指出，數學問題的呈現方式，包括問題涉及的情境與使用的表徵，可以反映出課程的編輯理念或意圖（徐偉民，2013b；Stein et al., 2007; Zhu & Fan, 2006）。

從數學課程的多重意義來看，數學課程包含了書寫課程、意圖課程、實施課程等不同的意義（Stein et al., 2007）。其中，書寫課程通常是指教科書，意圖課程是指教師在教學前所做的教學規劃，實施課程是指教師在教室內使用書寫課程的情形。而對學生數學學習有直接影響的，是教師教學時如何使用或實施書寫課程。因此，許多研究都從課程實施或使用的觀點來探討教師和課程之間的互動關係（徐偉民，2011，2017；Grouws et al., 2013; Remillard, 2005; Remillard & Bryans, 2004; Stein et al., 2007），而且是從忠實度（fidelity）的觀點切入，根據教師教學時使用的數學問題與課程（教科書）內容一致的程度，包括問題內容以

及問題呈現方式兩個面向來進行探討（徐偉民，2017；Henningsen & Stein, 1997; Lloyd, 2008; Tarr, McNaught, & Grouws, 2012）。因為課程使用的忠實度愈高，才能說明課程和學生學習表現之間的關聯（徐偉民、楊萍、伍麗華，2016）。

由上述看來，種子小學發展文化融入的數學課程時，要以數學問題為焦點，關注問題的內容和呈現方式；而要了解課程發展後教師教學時如何使用，則可從課程使用的忠實度切入，來了解已發展課程對於教師教學的影響，以及作為未來探討對學生數學學習影響的基礎。

四、文獻的啟發與決定

在相關法令與資源的支持下，種子小學決定將原住民文化融入數學課程，作為學校實驗教育的主要特色，以達成原住民文化保存與學生學力提升兩大目標。且種子小學意圖發展文化融入的數學課程，既可取代現行的課程，讓學生能在原住民文化情境下來學習數學，同時還能銜接日後的數學課程與學習。但要如何發展文化融入的數學課程來達成種子小學的目標？課程發展的方法、焦點為何？他們遇到了困難，需要數學師培者的協助，來共同完成課程發展的目標。而從相關研究中，了解課程的發展應以教師為主體，透過與師培者的共學探究，以數學問題為焦點，共同進行課程的發展，並從忠實度的觀點來了解發展後的課程在教室內的使用情形。上述文獻的主張，在研究者與行政團隊和教師分享與討論後，獲得他們的認同，因為透過數學問題的分析與設計可以逐步形成數學課程，同時在過程中也提升教師對於數學教學與傳統文化的理解，有助於達成種子小學所設定的實驗教育目標。因此，考量了學校實驗教育的目標與相關研究的主張，確立了從師培出發、從原有課程中的數學問題的分析與設計著手、採師培者和教師共學探究的方法，將傳統的祭（季）典、文化活動及日常生活等情境，在考量學生的學習特性下，融入到數學問題的設計與呈現，以發展文化融入的數學課程來取代目前的課程內容，提升學生數學的學習與對文化的理解。於是，我們共同開啟了種子小學課程發展的歷程。

參、研究方法

一、方法與對象

本研究採用個案研究法，以研究者和種子小學教師（含校長）所組成共學探究社群（Co-Learning Inquiry Community, CLIC）為對象，透過CLIC的聚會討論、教學錄影、訪談等，來探討社群成員發展文化融入數學課程的歷程與焦點、歷程中教師的感受，以及教師對於文化融入數學課程的使用情形。其中，CLIC聚會討論是指研究者和所有教師針對課程的分析、設計與實施後的修正時所做的討論；教學錄影是針對一至六年級教師使用文化融入的數學課程進行教學時的錄影；訪談針對所有參與教師在課程發展中進行的半結構式訪談，來了解教師對於課程發展歷程的感受。

種子小學的教師及校長共13位（以P1-P13來代表教師，其中P1-P6為一至六年級教師，其餘為行政人員和科任教師）。在13位教師中，有八位原住民教師（含校長），其中二位教學年資在五年以下，擔任導師的職務，其餘六位教學年資均超過20年，擔任行政的職務；有五位非原住民教師，四位擔任導師職務（二位教學年資五年以下，一位6-10年，另一位20年以上），一位科任教師（教學年資6-10年）。種子小學是一所六班的排灣族學校，其實驗教育的目標之一為「文化紮根、學力提升」，希望藉由文化融入課程的方式來提升學生的學習表現，特別是提升學生的數學學習表現。種子小學校長與主任在2016年7月、9月拜訪研究者，除了提出學校的目標與需要的協助外，也討論了未來的執行方案，即「結合教師專業發展，採共學探究的課程發展」方案。

整個研究的時程可分為兩部分：第一個時程從2016年10月到2017年6月，焦點在於發展文化融入的數學課程。考量課程的設計涵蓋數學知識與文化內涵，同時希望全校教師參與，所以採兩位教師一組，一位導師（教學者）及一位行政人員（文化熟悉者），雙方共同進行數學問題的分析與設計。其中，文化相關的資訊由行政人員來協助提供與確認，且所有教師（含校長）均參加CLIC聚會討論。此階段共進行32次CLIC討論（每次三小時），完成18個單元的分析、設計

與繪圖（繪製成一般教科書的內容）。第二個時程從2017年9月到2018年5月，焦點在於實施繪製完成的18個單元的課程（每年級三個單元），了解各年級教師在數學教學時對於文化融入課程的使用情形，使用完後在CLIC討論中（兩次）進行分享與反思使用的情形，討論與決定如何調整原先設計的內容。在CLIC聚會討論時，13位教師均參與討論，但教學錄影時僅以一至六年級教師為對象。而研究者為數學師培者，有多年小學教學和國小數學課程編輯的實務經驗，同時也有數學課程、數學教學及教師專業發展的研究經驗，擔任數學師培者已有10年以上，應有足夠的實務和理論的相關知識和經驗可以和種子小學教師共同發展文化融入的數學課程。

二、CLIC聚會活動的規劃與實施

數學問題是構成數學課程的基本要素（徐偉民，2013a；Stein et al., 2007），且是教師專業活動的焦點（Zaslavsky, 2007, 2008），所以本研究採用教科書中的數學問題作為CLIC聚會討論的焦點，且為了符合種子小學意圖發展的課程可以取代現行課程的目標，所以透過三個不同版本教科書中數學問題的分析與比較（相同或相似單元），針對數學問題的呈現方式與學生可能的思考進行討論，進而設計出適合學生學習及融入原住民文化的數學課程。本研究設計的跨版本教材比較分析的格式如表1（僅以一個範例的部分內容作為代表）。

表1
不同版本教材分析比較的格式與部分內容

一、年級與單元
五下 比率與百分率
二、涉及分年細目分析
(1) 分年細目
5-n-14能認識比率及其在生活上的應用（含「百分率」、「折」）
(2) 分年細目涉及的數學概念與能力
比率……通常要讓學生注意到情境強調部分占全體的多寡，其中1就是代表「全部」的意思……。在比率單元中，希望學生能將部分量與全部量轉化為比率，也要能由全部量與比率推得部分量的問題，例如：「100個人中有75人及格」，所以及格人數的比率
（續下頁）

是 $75/100=0.75$ ……在分年細目中所提及的一些概念的名詞說明如下：
 比率：部分占全體的量。從比率中可以了解部分與全體兩個量之間的關係。
 百分率：指將全部分成100等分後，其中的n等分就是全部的n%。……

三、教材內容呈現的異同

……在活動一認識比率中，三版本皆從全部求部分比率，並做比較，但是B版多出利用比率求部分的題型；在活動二百分率中，三版本皆從人物對話中引導學生認識百分率的意涵……；在活動三小數、分數與百分率的互換中，僅A版與C版有安排此活動……；在活動四百分率的應用中，三版本皆從全部與比率來求部分……，並讓學生了解部分比率和為100%。

活動一 認識比率

1. 導入題型（以下為三個版本教科書中的內容）

A版

- 1 雙和國小五年丙班共有35人。全班健康檢查的結果，其中視力不良的有20人、患有齲齒的有11人、體重過重的有7人。

1 說說看，五年丙班學生視力不良的比率是多少？



視力不良的比率是指視力不良的人數占全班人數的幾分之幾。

$$\frac{\text{視力不良人數}}{\text{全班人數}} = \frac{20}{35}$$

也可以說是五年丙班有 $\frac{20}{35}$ 的學生視力不良。



答： $\frac{20}{35}$

- 2 這班學生有齲齒的比率是多少？體重過重的比率又是多少？

B版

- 1 右表是培才國小五年級學生票選模範生的投票人數統計結果。

投票比較踴躍的是男生還是女生？



男生的投票人數是23人，女生是19人，所以男生投票比較踴躍。

不對！應該依男生投票人數占男生全部人數的幾分之幾和女生投票人數占女生全部人數的幾分之幾來比較。



說說看，你是怎麼做的？

$$23 \div 50 = \frac{23}{50}$$

$$19 \div 25 = \frac{19}{25} = \frac{38}{50}$$

$$\frac{38}{50} > \frac{23}{50}, \text{ 所以女生投票比較踴躍}$$

答：女生



投票人數除以全部人數的商，是投票人數的比率，也叫作投票率。

▼ 投票人數統計表

性別	男生	女生
全部人數(人)	50	25
投票人數(人)	23	19

(續下頁)

C版

- ① 五年甲班有 32 個人，運動會參加拔河の有 24 個人，
參加大隊接力的有 20 個人。

- (1) 參加拔河的比率是多少？

$$24 \div 32 = \frac{24}{32} = \frac{3}{4}$$

參加拔河的比率是指：
參加拔河的人數占
全班人數的幾分之幾。

答： $\frac{3}{4}$ 。

- (2) 沒有參加拔河的比率是多少？

$$(32 - 24) \div 32 = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$$

答： $\frac{1}{4}$ 。



(1) 三個版本在認識比率中導入問題呈現的異與同

■ 情境

三個版本都以學生日常生活中的情境為主……都顯示出部分與全體之間的關係……

■ 表徵

……以人物說明题目的比率意涵……A版……以中文呈現比率公式；B版……指出學生常出現的迷思（只看數字的多少）……最後以文字說明比率的定義……；C版……不一樣的地方是最後將分數以最簡分數的方式呈現

■ 思考角度

三個版本都呈現什麼是比率？讓學習者知道比率就是部分—整體的分數比值……

(2) 建議呈現的方式

建議剛開始題目能顯示相關的統計圖表，讓學生能清楚看到部分與整體間的關係，且能……提出日常生活中可能遇到錯誤的想法……

2. 延伸題型

(呈現的方式如導入題型)

四、以何種文化情境來融入較為合適（請討論）？

從表1來看，一個單元的分析比較與討論，包含單元涉及的分年細目、分年細目中所涉及的數學概念、各版本教學活動的規劃、問題呈現時使用的表徵，以及如何融入合適的文化情境或活動等。在「教材內容呈現的異同」中，將問題分為導入題與延伸題，是因為各版本在教學活動中都設計有引導學生進行新概念學習的問題（導入題），之後再設計讓學生延伸後續練習的問題（延伸題）。從問題的情境與表徵來分析比較問題的呈現方式，從思考角度來揣摩與討論編者的意圖，目的要藉此讓教師對問題的呈現方式有更多的討論與理解。教師在完成三個版本針對同一個概念所呈現的數學問題，包括問題的情境、表徵與編輯者的思考

角度的分析後，要在「建議的呈現方式」中，說明包括應該如何呈現數學問題才能讓原住民學生容易理解、問題的題數（例如要有幾題延伸題），以及不同問題之間的差異（例如延伸題第一題和第二題在概念順序或表徵上的差別）等，最後還要討論在這個教學活動中（例如活動一認識比率），要融入哪一個文化的情境比較適合，才能完成文化融入數學課程一個單元的分析。

研究初期為了讓教師逐漸熟悉CLIC討論的模式，同時讓他們有時間準備單元的分析，先由研究者進行教材分析比較的示範與討論，包括六下「怎樣解題」、五下「比率與百分率」、三下「乘與除」等單元。之後，研究者僅提供表1的部分內容（如一、二、三、及導入題與延伸題的教科書截圖），其餘由教師完成分析、比較與設計。校長僅參與CLIC的聚會討論，不進行教材的分析與設計。

三、資料蒐集與工具

（一）CLIC聚會討論

CLIC聚會時，除了一次是由研究者說明CLIC的進行方式與焦點外，其餘聚會都針對跨版本教科書的內容進行討論，討論的焦點如表1。初期，由研究者帶領著教師一起討論三個由研究者示範分析的單元；之後，由教師在聚會中分享其分析單元的內容與結果，並呈現他們所設計的數學問題（融入文化情境），針對教師的設計進行討論與修正。在CLIC討論期間均進行錄音，從討論對話的焦點來了解教師參與歷程中關注與討論的焦點。

（二）教學觀察錄影

為了要了解教師實施文化融入數學課程的情形，所以透過教學的觀察與錄影，來了解教師如何使用教材中的數學問題？教師如何呈現數學問題？因為數學問題的內容與呈現方式，是影響學生數學學習的關鍵（徐偉民，2017；Lloyd, Cai, & Tarr, 2017），也是後續確認文化融入數學課程對學生學習影響的關鍵。教師數學課程使用之觀察量表採用徐偉民（2017）發展的工具，如表2。教師設計的數學問題包含了問題內容與解題歷程，因此，從這兩方面來了解課程使用的忠實度。

表2
數學課程使用忠實度觀察表

問題類別	完全相同	大部分相同， 少部分自行設計	少部分相同， 大部分自行設計	完全不同
問題內容				
解題歷程				

(三) 訪談

訪談主要的目的在了解教師在發展文化融入數學課程歷程中的感受與反思，尤其針對課程、教學和學習等三個面向，因為這三個面向是課程發展時的關鍵。訪談採半結構式，在第一階段結束前對所有教師進行訪談（含校長），訪談大綱如表3。

表3
本研究的訪談大綱

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • 你認為進行不同版本教科書內容的比較時，分析與討論的焦點為何？ • 這些焦點是你過去教學時曾思考過的嗎？ • 分析與討論時的分享，是否引發你對數學教學的反省或思考？ • 分析與討論時的分享，是否引發你對數學學習的反省或思考？ |
|--|

四、資料分析

CLIC討論與訪談的資料分析以歸類為主，先將錄音的內容轉成逐字稿，以對話內容涉及的主要概念來進行歸類，而類別的產生則以對話的內容來形成主類別與次類別。以CLIC討論的資料為例，分析時發現可分為對話發起人和對話內容兩個主要類別，發起人可分為T（教師）和R（研究者）兩類，而T類可再細分T1和T2，代表教師在CLIC討論中扮演的角色，而R類同樣可再細分為R1和R2；對話內容可依內容的焦點來歸類，以教材內容分析為焦點的歸類為CA，以教材設計為焦點歸類為CD，焦點在數學概念（如加法的基本事實）歸類為MC，焦點關於數學教學則歸類為MT。每個對話內容類別又可依據其焦點再細分為次類別。例如在CA類中，若焦點在比較三個版本單元教學活動內容的異同，歸類

為CA1；焦點在分析數學問題所使用的表徵，如圖像或具體表徵，歸類為CA2；依此原則來進行其他對話內容的細分。整個CLIC討論資料的編碼與其代表的意義如表4，透過對話發起人和對話內容兩個向度的交叉歸類與次數統計，可以了解CLIC成員扮演的角色與討論的焦點。訪談資料的分析主要在了解教師課程發展過程中的感受，特別針對教師在參與過程中在課程、教學和學習等三個面向上的感受與反思，進行歸納與整理，以反映教師的感受為目的，而不做歸類與次數統計。CLIC討論與訪談的轉錄資料，以「日期-資料來源」來呈現，例如「20170420-In」表示2017年4月20日的訪談資料。

表4
CLIC討論編碼的結果與代表的意義

內容類別	類別代碼	類別名稱	類別意義
對話發起人	T	T1教師分享	教師報告問題分析及分享想法、個人經驗。
		T2教師提問與對話	教師提問引發一對一或群體對話討論。
	R	R1研究者分享	研究者針對問題分析及單元概念等給予回饋及分享。
		R2研究者提問	研究者提問引發教師回應。
對話內容	CA	CA1教材分析—教材比較	焦點為單元整體內容的分析比較。
		CA2教材分析—問題表徵	焦點為數學問題呈現的表徵。
		CA3教材分析—問題情境	焦點為數學問題呈現的情境。
		CA4教材分析—問題順序	焦點為數學問題呈現的順序。
	CD	CD1教材設計—問題表徵	焦點為教材設計中數學問題呈現之表徵。
		CD2教材設計—問題情境	焦點為教材設計中數學問題呈現之文化或生活情境。
		CD3教材設計—問題順序	焦點為教材設計中之問題順序。
		CD4教材設計—教材產出	焦點為教材設計中之教材產出（如繪圖排版、格式）。
	MC	MC數學概念	焦點為數學概念。
	MT	MT1數學教學—自身感受	焦點為教學中的自身感受。
		MT2數學教學—學生反應	焦點為教學中學生曾出現的反應。

觀察錄影資料的分析採徐偉民（2017）發展的係數與計算方式，包括針對數學問題內容一致性的TCT（Task Content Taught）係數，和針對解題歷程一致性的TPT（Task Procedure Taught）係數。TCT是依據教師教學時使用的問題與種子小學所發展的文化融入數學課程內容的一致程度，給予不同的權重，再以加權的方式來計算：若使用的問題與文化融入數學課程中的問題完全相同，則給權重「1」，大部分相同則給權重「2/3」，少部分相同與完全不同則分別給權重「1/3」和「0」。TPT則指教師教學時使用的解題歷程與文化融入數學課程內容一致的程度，其權重給予的標準與TCT相同。以TCT為例，若使用的問題有M題與文化融入數學課程的內容完全相同、N題大部分相同、P題少部分相同、Q題完全不同，則 $TCT = (1 \times M + 2/3 \times N + 1/3 \times P) / (M + N + P + Q)$ 。TPT的計算方式亦相同，但僅針對有提供解題歷程的問題。TCT和TPT的值愈接近1，表示教師使用文化融入數學課程內容的一致性愈高；愈接近0，則一致性愈低。

五、信、效度

本研究採評分者信度來確保資料分析的一致性：在錄影資料上，由兩位具有分析經驗的研究人員先理解表2各向度的定義與記錄方式，之後觀看數學教學影片，完成後比對結果並針對不同處進行影片的重新播放與討論，取得共識後再觀看另一個教學影片，其記錄的結果透過 $P = 2M \div (N1 + N2)$ 的公式來計算信度（M為共同同意項目數，N1、N2為各自同意項目數），結果錄影資料的信度值為.95；而CLIC討論的分析則採紮根理論的方式，先由一位分析人員根據逐字稿內容進行歸類，完成後和研究者進行逐一的檢視、確認與修正，之後再以確認的結果類別來分析另一份逐字稿，經歷數次逐字稿的比對、討論與修正後，形成表4的類別，再由兩位分析人員針對表4的類別進行分析。同樣歷經結果的比對、討論確認與再分析的歷程，最後CLIC討論資料的信度值為.82。

在效度上，本研究發展的工具除了建立在過去研究的基礎上，如觀察資料表採用了徐偉民（2017）發展的工具和係數，也透過不同的資料來源，如聚會與訪談的資料，來交叉比對課程發展歷程中的焦點與任務，這些做法可提升本研究分析結果的效度。

肆、研究結果與討論

一、課程發展的過程與焦點

(一) 課程發展的過程

種子小學考量到有些導師（負責數學教學）非原住民且對於文化不熟悉，所以每位導師搭配一位資深的原住民教師（擔任行政職務）來共同設計。各年級都挑選三個上學期的單元（以便完成設計後實施），挑選完成後由研究者提供三個主要版本數學教科書中的截圖，如表1所示，但不包含分析的結果，給負責的教師在CLIC聚會討論前進行事先的分析與設計，種子小學也規劃了每次聚會時要進行討論的年級與單元。種子小學教師挑選與完成設計的單元如表5。

表5
教師分析與設計的數學單元

一年級	二年級	三年級	四年級	五年級	六年級
比長短	數到300	加和減一	角度	線對稱圖形	圓周率和圓面積
分與合	二位數的加法	加和減二	容量和重量的計算	整數四則計算	估算
讀鐘表	乘法二	圓	長度	時間的乘除	等量公理

初期CLIC聚會討論時，由研究者示範三個單元的分析過程與結果，同時也與教師討論如何將文化的活動融入到數學課程的內容中，如圖2，並且和教師們確定了「文化而來、數學而去」的設計理念——意指從文化來融入現有數學課程單元與數學問題情境的設計（文化活動中具有相關的數學概念），讓學生能在熟悉的文化情境中（包括祭（季）典、活動、日常生活等），引發對於數學學習的興趣，但學習的目標是要理解數學的概念，並強調思考、推理的特質。

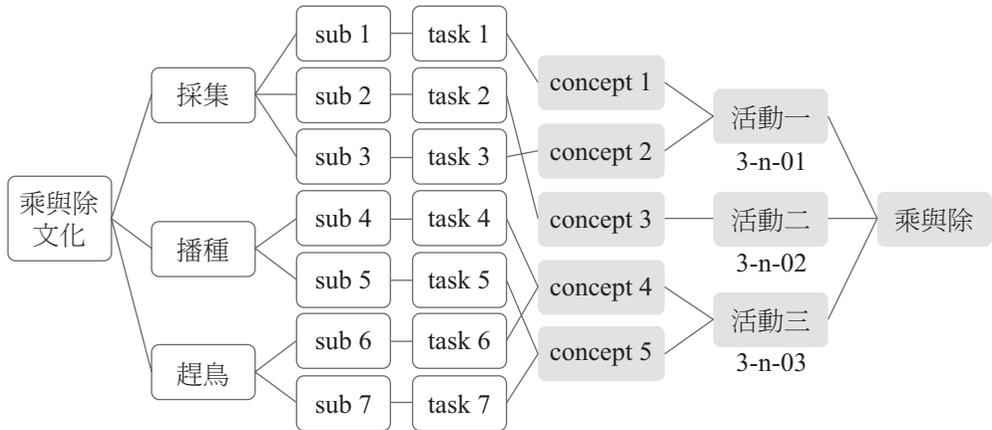


圖2 文化活動融入到數學課程內容的討論（分年細目僅為舉例）

完成了單元分析的示範並討論與確定設計的理念後，CLIC的聚會均針對教師所做的分析與設計的內容來進行討論。進行的方式是由負責分析的教師說明表1的內容，包括年級與單元名稱、單元中涉及的能力指標與數學概念、三個版本教學活動編排的異同以及每個教學活動導入題呈現的異同後，分析的教師會說明他們分析比較後的結果，以及所做的決定與問題的設計。

在單元名稱、能力指標、相關數學概念與能力以及各版本教學活動規劃的說明上，大多進行簡短的說明，讓參與教師對單元的內容有整體的理解，以便參與後續問題分析與設計的討論。這些內容的討論並不多，偶爾教師會針對一些概念或名詞進行提問（如乘法單元中的單位量）。負責分析的教師在比較完三個版本的教學活動規劃後，會說明他對於教學活動數量與名稱所做的決定，可能是採用某一個版本的規劃，或是結合不同版本的教學活動；之後，進入各個教學活動中數學問題的分析 and 比較，從導入題開始，分析比較完後，教師會分享他所設計的問題內容，包含該教學活動所適合融入的文化情境或活動。例如四上角度的單元，設計的教師認為排灣族最重要祭典之一的五年祭，包括祭場（圓形）中不同身分人員所坐的位置，以及具有特殊文化意涵的刺球（藤球）活動，都有角度的概念在其中，適合以五年祭的文化情境和活動來融入該單元的設計。在問題分析與設計時，研究者和其他教師會針對分析的結果與設計的內容（包含問題的情境

與表徵)進行提問和討論,取得共識之後,再針對延伸題的分析與設計的內容進行討論。如此循環,從第一個教學活動到最後一個教學活動,才算完成整個單元內容的分析與設計。

由於每個單元的難易程度及其所包含的教學活動數量不同,所以完成分析與設計的時間也不同。平均來看,每個單元需三到四個小時完成分析與設計。在完成18個單元中部分單元的內容設計後,會請繪圖者將設計的內容繪製成一般教科書的內容,包括情境扉頁與數學問題的呈現方式,並針對所繪製的內容進行檢視,以確認文化情境與數學問題的呈現符合當時CLIC討論所得出的結論,如此一個文化融入數學課程的單元才算完成。種子小學完成的文化融入課程的單元範例如圖3、圖4,圖中採用了五年祭的情境,該祭典是排灣族最重要的祭典之一,五年舉辦一次,是呼應人神盟約所舉行的祭典,而拋、刺祭球是該祭典的重要活動之一,所以種子小學教師將其情境與活動融入相關單元的設計中。

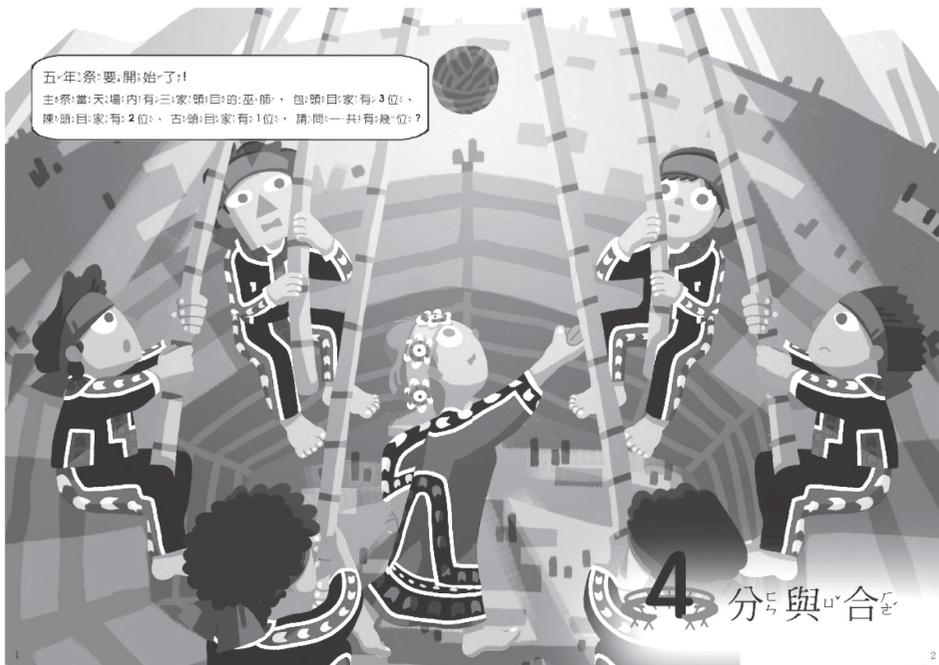


圖3 單元的情境扉頁

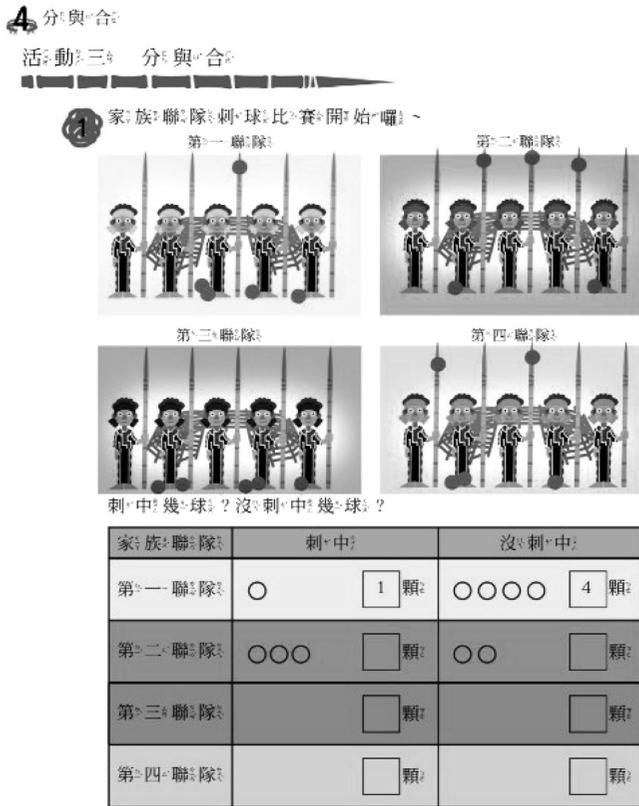


圖4 單元的問題呈現

此外，研究發現臺灣的數學教科書相較於其他在PISA測驗中表現優良的國家，如芬蘭和新加坡，臺灣數學教科書中較缺乏具有挑戰性的問題設計（徐偉民，2013b），所以和教師們討論後決定要增加挑戰題的設計，並且命名為“paqayami”（排灣語），意思就是指「試試看」、「挑戰看看」，在每個單元中會出現這樣挑戰題的設計，例如圖5和圖6。

（二）數學問題的呈現是CLIC討論的焦點

表6是32次CLIC聚會討論內容歸類的結果。從表6來看，可以發現種子小學在發展文化融入數學課程的歷程中，教師分享與提問的機會約占58%（673/1165），而研究者分享與提問的約占42%，顯示CLIC討論時教師和師培者有均等且雙向溝通的機會。這樣的結果主要和CLIC規劃進行的方式有關，讓教師有充分的機會來分享不同版本教材分析與比較的歷程，以及分享與討論其所設計的內容。不過，分享的次數較多，提問和對話的較少（兩者次數的比例約是7：3）。再從類別的次數來看，可發現CLIC討論時以教材的分析比較與教材的設計為主（分別占307/1165、700/1165）：在教材分析時，大部分是針對三個版本教科書中數學問題的表徵、情境與思考角度進行分析比較（占243/307），另有43次是特別針對問題呈現的表徵進行討論。這結果是由於跨版本單元內容的比較分析（如表1），包含問題呈現時採用的情境與表徵，以及推想編輯者的思考角度，是教師進行設計前重要的依據；在教材設計時，討論的焦點在於問題呈現的表徵（占405/700）與情境（占143/700），因為問題的內容、表徵與情境，是數學課程內容組成的主要成分。CLIC的討論之所以聚焦在數學問題的分析與設計，而分析與設計時聚焦在問題呈現所採用的情境與表徵，是因為CLIC活動規劃的結果——透過分析與設計時對問題呈現的討論，來形成文化融入的數學課程，藉此讓教師對於數學教學和文化的知識有更多的理解，同時也考量適合學生學習的問題呈現方式。以下是分析與設計階段CLIC討論的範例。

R：乘法的估算這裡，題目要改成有需求性……情境還需要再想，因為數字有變大。還是情境要讓P3自己去想？

P13：獵人一年在山裡走的距離

P9：五年祭來的人有多少？……統計人數會比較像估算。

P13：民國幾年來的多少人？

R：你要用圖表呈現嗎？

P13：圖表。

R：又跟統計圖表有重疊……不是說不能用，只是我們要強調的是估算的部分，不是統計。不過我覺得算距離不常用就不要。

P9：如果說像以前部落的人口數到現在愈來愈少，什麼時候的人口數最多？現在是多少？相差多少？

R：這個沒有問題。（20161126-CLIC）

P5：……我覺得A版很好的部分是，都有提示「一公升是一千毫升」這個觀念……而且它還有用圖形的表徵，我覺得很好的一點是在圖形的下方都有註明這是幾公升或是幾毫升，讓小朋友很清楚地就能理解該怎麼進行運算……C版它有圖形表徵，也有單位換算的題型，但建議要加上圖片……比較適合這邊的小朋友，希望它的圖形表徵可以有圖跟文字。

P7：所以你建議的是什麼？

P5：題目要像B版這樣，但是圖片在做的時候要像A版……有圖有文字的模式。（20161225-CLIC）

表6

CLIC討論歸類次數統計

類別	T		R		合計
	T1	T2	R1	R2	
CA					307
CA1	207	5	27	4	243
CA2	2	6	26	9	43
CA3	1	3	3	0	7
CA4	2	1	8	3	14
CD					700
CD1	159	51	113	82	405
CD2	91	17	22	13	143
CD3	15	8	26	22	71
CD4	15	27	31	8	81
MC	7	11	45	12	75
MT					83
MT1	15	0	4	2	21
MT2	23	11	13	15	62
合計	537	136	313	179	1165

註：類別代號意義請參考表4。

由以上CLIC討論的範例來看，情境部分的討論大都聚焦在所採用的文化情境的合適性；而表徵的討論，則聚焦在表徵的使用是否能增加學生對於概念與解題方法的理解、能否更容易察覺數量的關係等，有時甚至會在白板上畫出不同的表徵來進行討論。也就是說，整個分析與設計的焦點大都在問題呈現的方式上，尤其在表徵的使用上，因為教師們表示，太過複雜的文字不僅造成學生理解的困難，且學生容易放棄，學生喜歡圖像的呈現方式，所以在表徵上呈現許多圖形表徵（如線段圖），或是輔以圖形來和文字同時呈現。在整個CLIC討論過程中，教師也會提出過去個人的教學經驗和學生的反應，尤其是學生的學習反應，而影響了問題呈現的方式。例如：

P3：……有基準量跟比較量的介紹，兩量的和跟差。名詞上依我的想法對小朋友沒有那麼困難，因為生活中都可以做舉例。……B版是做一個簡介，他們一樣有一個重點的提示，什麼是基準量、比較量，怎麼計算出比值，這部分我比較不喜歡，比較喜歡A版的部分，因為有講到怎麼計算比值，有算式比較容易理解到，小朋友需要明示……A版把要比較的東西列出來，用一個圖示表示出來，表現出來後再轉換成線段圖，介紹什麼較基準量、比較量……C版比較不一樣的是純文字敘述題目，講到是生活中的東西，像是鉛筆盒裡面有的東西，然後做一個出發點，後半段才有圖像跟線段圖出來，他們敘述比較多，小朋友比較沒有辦法看到那麼多的文字，沒有興趣去讀……我會想用A版的部分進來。（20170122-CLIC）

（三）數學概念與數學問題的順序大都由研究者提出

從表6來看，可以發現數學問題呈現的順序（CA4、CD3），討論的較少，而且大部分是由研究者進行說明或提問討論。這樣的情況也同樣發生在數學概念（MC）的說明上。這呼應了在CLIC組成中所提及，師培者擁有較多的理論知識，而教師則擁有較多實務知識的觀點。在數學概念的說明時，主要是針對其所代表的意義來進行說明與討論，而問題呈現的順序則聚焦在概念本身的難度。數學概念的意義和難度順序其實隱含在教科書的內容中，但教師較不易察覺，而是

由研究者提出來讓大家進行思考與討論，以更理解不同版本教科書的編排方式，同時也作為後續設計時呈現方式與順序的參考。以六下「基準量與比較量」單元為例，研究者提出的數學概念和問題順序的討論範例如下：

R：就像P12的題目你要去分類別，剛剛講的隱含基準量是1的題目，這種類型的題目要有。另外一種基準量是1明顯的題目要有，甲是乙的三倍，現在甲是幾公斤、乙是幾公斤，很清楚的。第三種是多重的關係，這三種類型思考你要包含的，難度順序是1、2、3每一種類型要一到兩題，所以你應該要有三到六題的延伸題，不要去想說應該跟教科書裡面的題數要一樣。

P3：只要包含那三個？

R：對、只要包含三個的就可以了。像P12的要有分跟秒、時跟分、日跟時，就知道有三種類型。當然加上運算的類別就知道有幾種類型。

P3：所以不用管他原本有幾題我要做幾題？

R：課本的題型一直重複，可以刪掉。但是如果刪掉的題型剛好是重要的類型，就不能刪，因為它就代表有難度。我想至少有三種類型的題目……（20170122-CLIC）

二、課程發展歷程中教師的省思

訪談大綱的設計，是聚焦與課程發展最直接相關的課程、教學與學習三個面向，以下針對這三個面向來呈現教師在發展歷程中的感受與省思。

（一）從與學生的連結來思考課程的設計

在分析與設計階段，大多數教師都表示很明確地感受到分析與設計的焦點在於問題呈現的方式，包括布題的方式與使用的表徵，這兩個部分在過去備課時都會有所討論與關注，但大都是粗略地看過，不會像在CLIC中討論得這麼仔細，而且過去在備課或檢視教材時（選版本時），從來沒有想過可以從編輯者的「思考角度」來了解該版本呈現問題的方式與表徵的原因，會開始去思考

「它這樣呈現用意是什麼？為什麼要這樣呈現？是不是鎖定某個程度的孩子？」（20161222-In）。也因此分析各版本單元內容時，就會去反思是否有不同的呈現方式？是否可以用不同的表徵？哪一種呈現方式可以和學生的生活經驗有更多的連結？可以更符合學生的思考模式？可以讓學生吸收與內化得更快？教師在課程發展中的思考，聚焦在設計出更貼近學生的生活經驗和思考方式的問題呈現。

P8：……我們在做分析的時候，教授會教我們寫出思考角度，這個我倒沒有去想過……那後來經過我們的討論分析後，就可以對照出三個版本的思考角度的不同，那這個部分是我這次學到比較多的地方，我自己有在揣測如果是我自己要編寫教案的話，我要用什麼角度，就像真的要出版一本書，包含它怎麼呈現？用意是什麼？它為什麼要這麼呈現？它是不是鎖定某個程度的孩子？為什麼有的敘述要這麼多，有的就像C版的敘述就非常簡單。

P7：在這裡面會比較反思，會直接去思考說這些版本的教材我們一直要找出適合孩子的，我們在看到底哪個比較適合，一直在那邊循環，我們自己在想……如果同樣的一個布題可是有不同的敘述方式，或是不同的表徵方式，孩子會不會理解得更多？當任何一個版本在我們的手上，我們就會覺得這個他們有經驗嗎？我們就會先疑問……小朋友要用實際的生活經驗去編他們應該有的數學知識。（20161222-In）

（二）從學生的角度來思考數學的教學與學習

在參與研究之前，所有教師都表示在進行數學教學時，都是以教師為中心的角度來進行教學，而且是採「照本宣科」的方式來進行。採取這樣的教學，一方面是不了解教科書中呈現的方式與背後的思考，只是依據使用版本的內容進行教學；另一方面則是進度的壓力，無法在教學前檢驗學生的起點行為，也不會從生活情境的部分來引發他們的興趣與連結。但是在這次課程發展的過程中，教師們開始思考要採用何種情境和提問方式，才能讓學生容易理解？不同版本使用的

表徵或呈現方式，哪一種比較適合原住民學生的學習方式？在教學中如何呈現問題才能讓學生更容易了解等，例如P4表示：「……比較會去想小朋友的頭腦到底在想什麼？……之前教學都以課本為主……後來就想說要怎樣才可以讓小朋友在面對題目時好作答」、P7表示：「……這裡我看到的就是孩子要有圖，要有表徵圖，要有線段……有些孩子就是看不懂文字敘述，要看圖才懂」。P8甚至表示：「……我覺得教學最好、最根本的，……是可以自己編寫教材給孩子」（20161222-In）。參與教師大都認為，在課程發展過程中最大的收穫是，從學生的角度來思考課程內容的呈現方式，也從學生的觀點來思考教學的進行，而非完全依據某一版本的內容來進行教學。更從學生的角度來思考，如何呈現和提問才能讓學生更容易學習？是否要多提供一些操作的活動或是呈現圖形表徵來幫助學生理解與吸收？這顯示教師從教師為中心和依賴教科書的觀點，逐漸往學生為中心的角度來思考數學的教學和學習，並且認為教材的呈現方式使影響學生學習表現的關鍵。

在課程發展的歷程中，無論在教材的設計與教學的實施上，雖然教師表示逐漸關注與學生生活經驗和認知思考的連結，但他們依然強調練習對於學生數學學習的重要：一方面是因為學生的學習表現不佳、基礎不穩固，另一方面是因為學生學習上的被動。不過，在參與課程發展的歷程中，許多教師表示雖然還是強調反覆練習的重要，但是會先強調理解之後再進行練習（P2），讓學生理解之後再來進行更高難度的挑戰（P1），或是理解之後再引導著學生解題，等確認學生理解後，再進行反覆的練習，而非像之前講解示範之後就讓學生反覆練習（P5）。甚至P3表示：「……數學多算一定會……現在比較會站在小朋友的角度想，他要知道這個算是在寫什麼東西……不會一直死命的算」，P4也說：「我之前也跟P3一要反覆練習，可是我現在上課的時候比較多的是討論」（20161222-In）。也就是說，教師仍然認為反覆練習對於學生數學學習的重要，但是參與課程的發展後，更強調理解的重要。例如P1表示：「……以前會為了趕課而減少操作，我現在寧願增加操作……讓練習時間壓縮」（20161222-In）。

三、課程發展後的使用情形與修正焦點

(一) 教師忠實地使用文化融入數學課程

種子小學各年級均完成並實施三個單元的文化融入數學課程：一、二年級進行了15節課的教學，三至六年級進行了14節課的教學，共進行了86節課的教學。每節課均以表2的量表來記錄教師使用文化融入數學課程內容的情形，透過TCT與TPT值的計算來了解教師使用的忠實程度，其結果如表7。從表7來看，發現教師完全使用文化融入數學課程中的數學問題（TCT=1.00），而在問題的表徵和呈現的解題歷程上，除了一年級教師在「比長短」單元中用了生活周遭的物品來加強學生的印象、在「分與合單元」使用花片及遊戲來增加學生操作和遊戲的機會外（所以TPT=0.98），其餘教師幾乎都完全使用文化融入課程中的表徵和解題方法。由此可見，教師使用文化融入課程的忠實度很高。

表7

教師使用文化融入數學課程的情形

年級 指標	一	二	三	四	五	六	平均
TCT	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
TPT	0.91	1.00	0.99	1.00	1.00	1.00	0.98

(二) 使用後的修正聚焦在表徵的合適性

在18個單元教學後，研究者和教師透過CLIC的聚會，由使用課程的教師分享課程使用後的反思，包括文化情境是否能夠引發學生的學習興趣與連結？使用的表徵是否能增進學生解題的思考與理解？等。結果一至六年級教師都表示，使用學生熟悉的文化情境，能夠引發學生學習的興趣，使他們很容易可以了解問題的焦點，同時，問題使用的表徵也讓學生對問題中數量關係的釐清或解題方法的思考有所幫助。在討論歷程中進行修正的地方大都是問題中的錯字（或是中低年級的注音符號），主要是因為單元繪圖的時間很趕而導致的疏忽。除了問題的錯字之外，大部分討論的焦點在與問題所呈現的表徵，例如圖6的“paqayami”問題中雖然畫出了五年祭祭場中不同角色的位置，但是要畫出直線和判斷角度，圖片

中必須要畫出「點」來，所以教師在教學時就以人物的眼睛或鼻子為點，作為直線連接依據（20180504-CLIC），也建議修正時要將點具體點出。其他修正的內容還包括圖形表徵、題目難易層次調整、文化表徵適切性等，我們討論的範例如下：

（三上加與減一單元—線段圖的呈現）

P3：只有第九頁有問題，線段圖的表徵，它是問誰比較多，因為比較多少不是通常會上跟下比較……

R：對，應該5004在下面，1877在上面……因為比較型一定要兩個線段，上是1877，下是5004，多出來的部分畫一個括號跟問號才對。（20180309-CLIC）

（五上整數四則運算一題目難易順序調整）

P5：我覺得順序可能需要調整，第二題變成乘除，我是把第三題變成第二題先上。

R：看一下，第二題是乘除混合。

P5：第一題是減法而已。

R：第三題呢？

P5：是連減。

R：所以第二題要調到第三題沒有錯。

P5：我第四題調到第三題。

R：第四題是連除。

P5：對。

R：還是維持，因為連除要把它當做除以後面兩個相乘的數量，學生比較不容易了解，單純的乘跟除會比較容易，所以把三跟二對調就好。（20180518-CLIC）

（一上比長短單元—文化表徵適切性）

P7：……祭司和平民祭桿圖紋不一樣。

R：文化的部分對不對？

P7：祭司祭桿確實是這樣。

R：那平民祭桿是這樣嗎？

P7：對，是長的，可能要加刺，祭司祭桿要改變要有側枝。

(20180309-CLIC)

雖然使用後的討論聚焦在問題所使用表徵的合適性，但教師們表示大致上都沒有問題，學生都很喜歡教師所發展的文化融入數學課程，所有的調整僅是針對題目的錯字或是使用表徵的微調，並未出現有大幅調整的情況。由於調整修正的主因在於繪圖的時間太趕所造成的錯誤，所以教師們建議日後在正式教學使用前，可以在CLIC聚會中針對繪製完成的單元進行檢視，以更確保教學時教材內容的正確性。同時教師們也認同，透過使用後的反思和修正（滾動式修正），可以使未來出版的教材更具有說服力。

四、討論：一個文化融入數學課程的發展

在法令鬆綁（實驗教育三法通過）與學校願景（文化紮根、學力提升）下，種子小學設定了發展文化融入數學課程的目標，意圖將原住民的祭（季）典、文化活動以及學生熟悉的生活融入數學課程的設計與實施，來取代目前的數學課程，讓學生在學習數學的同時，也深化了對自己文化的理解，達成文化紮根與學力提升的實驗教育目標。雖有具體的目標，也有法令與相關政府資源的支持，但學校端卻面臨不知如何著手的困境。之後，校方與行政團隊尋求研究者的協助，研究者根據過去相關的經驗，並從文獻中發現採共學探究的方式，由學校教師和研究者共同組成CLIC，針對數學課程的基本單位—數學問題，來進行跨版本的分析、比較與設計，即可在結合教師專業發展的前提下，具體落實種子小學意圖發展文化融入數學課程的目標。也就是說，在文化融入數學課程發展過程中，研究者提供了課程發展的具體方向與做法，並透過跨版本教材分析的設計，來逐步展開與落實種子小學的目標。在擬定方向與做法的過程中，研究者和種子小學的行政團隊和教師進行充分的溝通和示範（示範跨版本教材分析的格式和方法），使他們認同CLIC活動的規劃可以達成種子小學所設定的實驗教育目標，才開始進行CLIC的聚會討論，並於定期的討論中進行跨版本的分析比較（Analysis）、

文化融入的數學問題設計（Design）、繪製教材後的實施（Implementation），以及針對使用情形進行的評估（Evaluation）和修正（Revision）等ADIER的歷程，最後發展出文化融入的數學課程。本研究CLIC所採用課程發展的歷程，以及CLIC成員（學校教師（含校長）和研究者）扮演的角色如圖7。

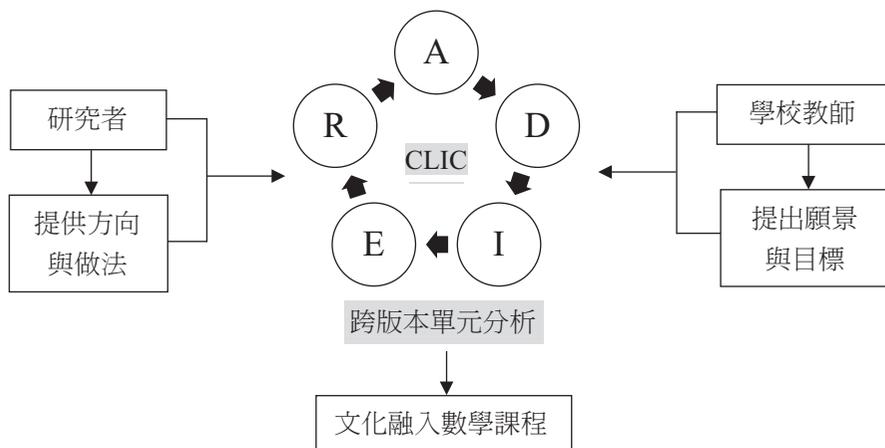


圖7 文化融入數學課程發展的歷程

在種子小學發展文化融入數學課程的歷程中，有三個關鍵的因素：

一是共學探究社群（CLIC）的組成與運作。因為透過CLIC的聚會討論，可以促進師培者、教師和教材之間的互動與對話，在彼此分享理論（研究）和實務（經驗）的觀點下發展文化融入的數學課程。本研究進行共學探究的方式與歷程，呼應了過去教師專業發展的研究，發現研究者和教師合作可以共同發展與設計數學問題（林碧珍，2000；Zaslavsky, 2007, 2008），而數學問題又是構成數學課程的基本單位（徐偉民，2013a；Stein et al., 2007），因此便可進一步形成數學課程。

二是跨版本的單元分析。由於種子小學意圖發展文化融入課程來取代目前現行的課程，學校教師過去均未有課程編輯與發展的經驗，對於包括能力指標的解讀、教學活動安排的順序、數學問題呈現的情境與表徵等，都理解有限。在考量教師的先備經驗和學校的需求之下，同時顧及發展的課程品質與定位，研究者

設計了跨版本的單元內容分析的格式與內涵，如表1。透過數次的示範與引導來讓教師逐漸熟悉教材內容分析與比較的方法，一方面讓教師在較短時間內理解課程內容的架構與數學問題的呈現方式，另一方面也可以結合教師的經驗及對學生學習和原住民文化的理解，將相關的文化情境以及學生數學學習的思考模式與習慣，融入到數學問題的設計與呈現中，提升學生對於數學的理解與學習表現。在「有所本」的引導與討論之下，教師較能有信心地進行單元內容的設計，同時也了解到設計出來的內容與現行課程內容的異同。同時由教學者（導師）與文化熟悉者（行政人員）共同分析與設計的做法，也確保了文化融入數學問題的合適性。

三是採用滾動式修正的歷程，讓發展完成的文化融入數學課程有實施與檢驗的機會，並根據學生的反應來進行調整與修正，使得最後形成的課程更適合學生的數學學習。在這三個關鍵因素下，在學校端提出明確的理念和目標、研究者端提供具體的方向與做法，雙方取得共識後，透過定期的CLIC聚會，針對跨版本單元分析的內容進行討論，採用ADIER的歷程，才發展出種子小學的文化融入數學課程。

雖說種子小學在上述三個關鍵因素下，透過ADIER的歷程完成文化融入數學課程的發展，過程中也考量學生的學習特性和思考模式，但並未將原住民特有的世界觀或學生獨特的數學思維模式，融入到課程設計中。一方面是參與教師在課程發展的歷程中，並未針對此議題來進行課程分析與設計時的討論，大都僅針對學生數學學習時的思考模式，來考量問題的呈現方式；另一方面是目前相關的研究並未具體指出原住民學生的數學思維模式，僅有少數研究提出原住民學生偏好的學習型態（learning style）（紀惠英，2001；譚光鼎、林明芳，2002）。未來，如果學界能釐清原住民特有的世界觀或數學思維模式，或在發展歷程中針對此議題進行更多的討論，進而融入到數學課程的設計中，將可使所發展的課程更適合原住民學生的數學學習。

最後，從文化融入數學課程的方式來看，種子小學考量實驗教育的目標及未來課程的銜接，決定發展「取代式」的數學課程。在學校對於課程的定位下，研究者和教師共同商討出採共學探究、跨版本分析來融入合適文化情境與表徵、採滾動式修正的課程發展方式。但文化融入數學課程的發展還有不同的做法，例如

阿拉斯加MCC團隊透過耆老對文化活動的示範與說明，進行相關數學概念的分析與轉化，再形成文化融入的「補充式」課程。本研究和MCC團隊對文化融入數學課程有不同的做法，關鍵在於對課程的定位。日後相關實驗學校可以針對本身課程發展的需求與定位，來決定文化融入課程的做法。

伍、結論與建議

本研究探討種子小學發展文化融入數學課程的歷程。採兩階段的個案研究設計：先進行跨版本教科書內容的分析、比較與設計，再進行課程的實施與修正。結果發現，在分析設計階段，教師討論的焦點在於問題呈現的表徵和文化情境，且歷經課程的分析與設計後，逐漸從學生的觀點來思考課程的內容、數學的教學和學習；在課程實施階段，教師幾乎完全使用自己所設計的內容來進行教學，且教師表示學生喜歡以自己文化所編纂的教材，在學習時比較投入，同時也針對教材中表徵的合適性進行調整與修正，才形成最後的文化融入數學課程。回顧種子小學文化融入數學課程的發展歷程，除了師培者的協助與CLIC的運作是關鍵外，最核心的還在於跨版本教材內容的比較和分析，提供了教師對教材內容更多的理解與思考，使其可以在對學生學習與傳統文化的理解下，發展出適合學生的文化融入數學課程。再透過滾動式修正的歷程，讓教師從實施中來檢驗並修正原來的設計。因此，本研究文化融入數學課程的發展，便在分析（A）、設計（D）、實施（I）、評鑑（E）和修正（R）等歷程展開。未來，實驗學校要發展文化融入的數學課程，尤其是取代式的數學課程時，跨版本內容的分析和比較是核心，學校教師可透過ADIER的歷程，獨立或與師培者合作來發展文化融入的數學課程。

本研究根據主要發現，提供以下幾點建議供後續研究者和實驗學校參考。首先，在文化融入課程的發展上，目前實驗學校都有發展文化融入課程的需求，如果意圖發展取代式的課程，建議可以參考本研究所發現的關鍵因素與歷程，尤其是進行跨版本的教材內容分析與比較，不僅可以提升教師對於課程內容與相關知識的理解，也可以在對於文化和學生理解的基礎上，發展出適合學生學習的文化融入課程。且在發展歷程中，如果能針對原住民學生特有的數學思維進行討論

與釐清，並將之融入課程的設計，將使所發展的數學課程更適合學生的學習。其次，在文化融入課程的成效上，本研究發現在課程發展的過程中，種子小學教師都從學生數學學習時的特性，來思考與呈現合適的文化情境和問題表徵，理應能提升學生的數學學習表現，且教師們表示學生喜歡在自己文化的情境下來學習數學，但對學生數學學習的影響為何？未來可以從認知與情意兩個面向，來了解文化融入數學課程實施的成效。再者，在教師專業的成長上，種子小學教師表示在歷經課程發展後，逐漸從學生的觀點來思考數學的教與學，且在跨版本分析上也提升對數學課程內容的理解，未來可針對教師在數學課程發展的過程中其專業成長的情形進行探討。最後，在數學課程的研究上，過去課程研究的議題大都針對書寫課程的議題（如Son & Senk, 2010）、課程使用的議題（如Lloyd, 2008）及課程實施的議題（如Grouws et al., 2013）進行探討，較少提及與探討書寫課程形成之前的課程發展歷程，未來研究者可針對此議題進行探討，以豐富課程領域的研究。

致謝：本研究感謝科技部提供經費協助（計畫編號：MOST 106-2511-S-153-005-MY4），以及種子實驗小學教師的參與。本文的論點為作者所有，不代表科技部。

DOI: 10.3966/102887082019126504003

參考文獻

- 方德隆（2001）。學校本位課程發展的理論基礎。《課程與教學季刊》，4（2），1-24。
[Fang, D.-L. (2001). Theoretical foundations of school-based curriculum development. *Curriculum & Instruction Quarterly*, 4(2), 1-24.]
- 林文生（2001）。學校本位課程發展機制～台北縣瑞柑國小的經驗。《課程與教學季刊》，4（2），69-84。
[Lin, W.-S. (2001). Establishing the mechanism for the constructive curriculum development: Experience from the site-based curriculum development of Rei Gan Primary School. *Curriculum & Instruction Quarterly*, 4(2), 69-84.]
- 林佩璇（1999）。學校本位課程發展的研究：臺北縣鄉土教學活動的課程發展（未出版

之博士論文)。國立臺灣師範大學，臺北市。

[Lin, P.-H. (1999). *A case study of school-based curriculum development: Taipei County's local culture initiative* (Unpublished doctoral dissertation). National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan.]

林碧珍 (2000)。在職教師數學專業發展方案的協同行動研究。新竹師範學院學報，**13**，115-148。

[Lin, P.-J. (2000). A collaborative action research of a teacher education program for enhancing teachers professional development in mathematics teaching. *Journal of National Hsin Chu Teachers College*, 13, 115-148.]

紀惠英 (2001)。山地國小數學教室裡的民族誌研究 (未出版之博士論文)。國立臺灣師範大學，臺北市。

[Chi, H.-Y. (2001). *The ethnography of a mathematics classroom in an Atayal native elementary school* (Unpublished doctoral dissertation). National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan.]

徐偉民 (2011)。三位六年級教師數學課程實施之比較。教育研究集刊，**57** (2)，85-120。

[Hsu, W.-M. (2011). The implementation of mathematics curriculum: A case study of three sixth-grade teachers. *Bulletin of Educational Research*, 57(2), 85-120.]

徐偉民 (2013a)。國小教師數學教科書使用之初探。科學教育學刊，**21** (1)，25-48。

[Hsu, W.-M. (2013a). An exploratory study of mathematics textbook use by elementary school teachers. *Chinese Journal of Science Education*, 21(1), 25-48.]

徐偉民 (2013b)。國小數學教科書數學問題類型與呈現方式之比較分析——以臺灣、芬蘭、新加坡為例。科學教育學刊，**21** (3)，263-289。

[Hsu, W.-M. (2013b). A comparison and analysis of the types and representations of mathematical problems in the elementary mathematics textbooks of Taiwan, Finland and Singapore. *Chinese Journal of Science Education*, 21(3), 263-289.]

徐偉民 (2017)。小學數學教科書使用之探究。教科書研究，**10** (2)，99-132。

[Hsu, W.-M. (2017). Investigation of elementary mathematics textbooks use in classrooms in Taiwan. *Journal of Textbook Research*, 10(2), 99-132.]

徐偉民、張國綱 (2010)。師資培育數學課程對國小教師數學教學意象影響之研究。當代教育研究季刊，**18** (4)，41-77。

[Hsu, W.-M., & Chang K.-K. (2010). The influence of mathematics curriculum of teacher

- education on the mathematics teaching image of elementary school teachers: A case study. *Contemporary Educational Research Quarterly*, 18(4), 41-77.]
- 徐偉民、廖玉婷（2012）。參與專業社群對國小教師數學教學的影響。彰化師大教育學報，22，1-24。
- [Hsu, W.-M., & Liao, Y.-T. (2012). The impact of participating professional community on elementary teachers' mathematics teaching. *Journal of Education National Changhua University of Education*, 22, 1-24.]
- 徐偉民、楊萍、伍麗華（2016）。排灣族文化本位數學課程使用情形之探究。載於王進發（主編），2016年原住民族研究論文入選論文集（頁423-440）。臺北市：原住民族委員會。
- [Hsu, W.-M., Yang, P., & Wu, L.-H. (2016). An exploratory study of culture-based mathematics curriculum use by an elementary teacher. In C.-F. Wang (Ed.), *2016 collected papers on indigenous research* (pp. 423-440). Taipei, Taiwan: Council of Indigenous Peoples.]
- 陳英娥、林福來（2004）。行動研究促進初任數學教師的教學成長。科學教育學刊，12（1），83-105。
- [Chen, I.-E., & Lin, F.-L. (2004). A beginning mathematics teacher becoming professional through action research. *Chinese Journal of Science Education*, 12(1), 83-105.]
- 黃志賢（2006）。結合可能發展區與鷹架教學方案於原住民高職學生數學文字符號概念改變之研究。科學教育學刊，14（4），467-491。
- [Huang, C.-H. (2006). Combining ZPD and scaffolding teaching strategies on aboriginal students' concept of literal symbol. *Chinese Journal of Science Education*, 14(4), 467-491.]
- 張嘉育（1999）。學校本位課程發展。臺北市：師大書苑。
- [Chang, C.-Y. (1999). *School-based curriculum development*. Taipei, Taiwan: Lucky Bookstore.]
- 鄭淵全（2005）。課程發展與教學創新。臺北市：五南。
- [Cheng, Y.-C. (2005). *Curriculum development and teaching innovation*. Taipei, Taiwan: Wu-Nan Book.]
- 譚光鼎、林明芳（2002）。原住民學童學習式態的特質：花蓮縣秀林鄉泰雅族學童之探討。教育研究集刊，48（2），233-261。
- [Tan, K.-D., & Lin, M.-F. (2002). Traits of learning styles of aboriginal children: A study on Atayal children in Hualien County. *Bulletin of Educational Research*, 48(2), 233-261.]
- Barton, B. (2009). *The language of mathematics: Telling mathematical tales*. New York, NY: Springer.

- Boaler, J., & Staples, M. (2008). Creating mathematical futures through an equitable teaching approach: The case of Railside school. *Teacher College Record*, 110(3), 608-645.
- Brown, L., & Coles, A. (2010). Mathematics teacher and mathematics teacher educator change-insight through theoretical perspectives. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13, 375-382.
- Cooney, T. J. (2001). Considering the paradox, perils, and purpose of conceptualizing teacher development. In F. L. Lin (Ed.), *Making sense of mathematics teacher education* (pp. 9-31). Dordrecht, Netherlands: Kluwer.
- Dawson, S. (1999). The interactive perspective in teacher development: "A path laid while walking". In B. Jaworski, T. Wood, & S. Dawson (Eds.), *Mathematics teacher education: Critical international perspectives* (pp. 148-162). London, UK: Falmer Press.
- Ensign, J. (2005). Helping teachers use students' home cultures in mathematics lessons: Developmental stages of becoming effective teachers of diverse students. In A. J. Rodriguez & R. S. Kitchen (Eds.), *Preparing mathematics and science teachers for diverse classrooms: Promising strategies for transformative pedagogy* (pp. 225-242). Mahwah, NJ: Laurence Erlbaum.
- Ernest, P. (1998). A postmodern perspective on research in mathematics education. In A. Sierpiska & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity* (pp. 71-85). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic.
- Gainsburg, J. (2008). Real-world connections in secondary mathematics teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(3), 199-219.
- Grouws, D. A., Smith M. S., & Sztajn, P. (2004). The preparation and teaching practice of U.S. mathematics teachers: Grades 4 and 8. In P. Kloosterman & F. K. Lester Jr. (Eds.), *Results and interpretations of the 1990 through 2000 mathematics assessment of the national assessment of educational progress* (pp. 221-267). Reston, VA: NCTM.
- Grouws, D. A., Tarr, J. E., Chávez, Ó., Sears, R., Soria, V. M., & Taylan, R. D. (2013). Curriculum and implementation effects on high school students' mathematics learning from curricula representing subject-specific and integrated content organizations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(2), 416-463.
- Henningsen, M., & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 524-549.

- Jaworski, B. (2008a). Mathematics teacher educator learning and development: An introduction. In B. Jaworski & T. Wood (Eds.), *The mathematics teacher educator as a developing professional* (pp. 1-13). Rotterdam, Netherlands: Sense.
- Jaworski, B. (2008b). Building and sustaining inquiry communities in mathematics teaching development: Teachers and didacticians in collaboration. In K. Krainer & T. Wood (Eds.), *Participants in mathematics teacher education* (pp. 309-330). Rotterdam, Netherlands: Sense.
- Jaworski, B., & Wood, T. (2008). *The international handbook of mathematics teacher education*. Rotterdam, Netherlands: Sense.
- Kisker, E. E., Lipka, L., Adams, B. L., Rickard, A., Andrew-Ihrke, D., Yanez, E. E., & Millard, A. (2012). The potential of a culturally based supplemental mathematics curriculum to improve the mathematics performance of Alaska native and other students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(1), 75-113.
- Lipka, J., Webster, J. P., & Yanez, E. (2005). Introduction: Factors that affect Alaska native students' mathematical performance. *Journal of American Indian Education*, 44(3), 1-8.
- Lipka, J., Yanez, E., Andrew-Ihrke, D., & Adam, S. (2009). A two-way process for developing effective culturally based math: Examples from math in cultural context. In B. Geer, S. Mukhopadhyay, A. Powell, & S. Nelson-Barber (Eds.), *Culturally responsive mathematics education* (pp. 257-280). New York, NY: Routledge.
- Lloyd, G. M. (2008). Curriculum use while learning to teach: One student teacher's appropriation of mathematics curriculum materials. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(1), 63-94.
- Lloyd, G. M., Cai, J., & Tarr, J. E. (2017). Issues in curriculum studies: Evidence-based insights and future directions. In J. Cai (Ed.), *Compendium for research in mathematics education* (pp. 824-852). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Meaney, T., Trinick, T., & Fairhall, U. (2013). One size does not fit all: Achieving equity in Māori mathematics classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 235-263.
- Remillard, J. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricular. *Review of Educational Research*, 75(2), 211-246.
- Remillard, J. T., & Bryans, M. (2004). Teachers' orientations toward mathematics curriculum materials: Implications for teacher learning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(5), 352-388.

- Robutti, O., Cusi, A., Clark-Wilson, A., Jaworski, B., Chapman, O., Esteley, C., Goos, M., Isoda, M., & Joubert, M. (2016). ICME international survey on teachers working and learning through collaboration: June 2016. *ZDM Mathematics Education*, 48, 651-690. doi: 10.1007/s11858-016-0797-5.
- Son, J., & Senk, S. L. (2010). How reform curricula in the USA and Korea present multiplication and division of fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 74(2), 117-142.
- Stenhouse, L. (1975). *An introduction to curriculum research and development*. London, UK: Heinemann Educational Books.
- Stein, M., Remillard, J., & Smith, M. (2007). How curriculum influences student learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 319-369). Charlotte, NC: Information Age.
- Stuart, C., & Thurlow, D. (2000). Making it their own: Preservice teachers' experiences, beliefs and classroom practices. *Journal of Teacher Education*, 51(2), 113-121.
- Tarr, J. E., McNaught, M., & Grouws, D. (2012). The development of multiple measures of curriculum implementation in secondary mathematics classrooms: Insights from a three-year curriculum evaluation study. In D. Heck, K. Chval, I. Wess, & S. Ziebarth (Eds.), *Approaches to studying the enacted mathematics curriculum* (pp. 89-116). Charlotte, NC: Information Age.
- Tzur, R. (2008). Profound awareness of learning paradox (PALP): A journey towards epistemologically regulated pedagogy in mathematics teaching and teacher education. In B. Jaworski & T. Wood (Eds.), *The mathematics teacher educator as a developing professional* (pp. 137-156). Rotterdam, Netherlands: Sense.
- Zaslavsky, O. (2007). Mathematics-related tasks, teacher education and teacher educators. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10, 433-440.
- Zaslavsky, O. (2008). Meeting the challenges of mathematics teacher education through design and use of tasks that facilitate teacher learning. In B. Jaworski & T. Wood (Eds.), *The mathematics teacher educator as a developing professional* (pp. 93-114). Rotterdam, Netherlands: Sense.
- Zhu, Y., & Fan, L. (2006). Focus on the representation of problem types in intended curriculum: A comparison of selected mathematics textbooks from Mainland China and the United States. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4, 609-626.