

教育研究集刊
第五十七輯第二期 2011年6月 頁85-120

三位六年級教師數學課程實施之比較

徐偉民

摘要

本研究以三位不同背景的國小六年級教師為對象，探討個案教師於教室內實施數學課程的情形。本研究採用個案研究法，透過教學觀察、訪談和文件來蒐集資料，從教師使用數學任務的來源、類型和實施方式等三個面向來了解教師實施數學課程的情形。結果發現，三位教師使用的數學任務，雖然大多來自於教科書，但一位偏向調整內容以符合學生的生活經驗，另外兩位偏向忠實使用教科書的內容；三位教師使用的數學任務類型，雖然都以「有意義連結」的任務居多，但一位以小組開放討論的方式來實施，使學生大多以高認知的方式來學習數學任務，另外兩位採封閉式對話的方式來實施，使學生大多以低認知的方式來進行學習。三位教師在數學課程實施時，主要考量的因素分別是個人數學教學的信念、學校評量的政策和教學進度，以及學生的學習特性，因而呈現出不同數學課程實施的樣貌。

關鍵詞：課程實施、國小教師、數學課程

徐偉民，國立屏東教育大學數理教育研究所助理教授

電子郵件為：ben8535@mail.npue.edu.tw

投稿日期：2010年12月7日；修改日期：2011年4月8日；採用日期：2011年6月2日

Bulletin of Educational Research
June, 2011, Vol. 57 No. 2 pp. 85-120

The Implementation of Mathematics Curriculum: A Case Study of Three Sixth-grade Teachers

Wei-Min Hsu

Abstract

This study was aimed to understand how elementary school teachers implemented mathematics curriculum in their classroom, and to explore factors which influenced such processes. A case study methodology was used to compare three sixth-grade teachers with different teaching experiences and backgrounds. The primary data sources were classroom observations, teacher interviews, and documents recorded—all collected during the 2009-10 school year. Data analyses indicated that most mathematics tasks which the three teachers used were from textbooks. One of the teachers usually adjusted tasks to match students' life experience, and the other teachers usually followed textbooks. Although most tasks they used were classified as 'procedure with connection,' one teacher let her students learn mathematics tasks in a high cognitive way, because she often used teamwork and open-ended questions. The other teachers had their students learn mathematics in a low cognitive way, because

Wei-Min Hsu, Assistant Professor, Graduate Institute of Mathematics and Science Education,
National Pingtung University of Education

E-mail: ben8535@mail.npue.edu.tw

Manuscript received: Dec. 7, 2010; Modified: Apr. 8, 2011; Accepted: June 2, 2011.

they used close-ended questions. When the three teachers implemented mathematics curriculum, they had different considerations, including personal mathematics teaching beliefs, school policy related to achievement tests and scheduled progress, and students' learning habits, respectively. Thus, they presented different pictures of implementing mathematics curriculum.

Keywords: curriculum implementation, elementary school teacher, mathematics curriculum

壹、研究緣起與目的

數學由於扮演了「關鍵過濾器」(critical filter)的角色，成為可以決定未來個人成功與否的重要指標 (Ernest, 1998)，因此，學生的數學學習表現一直是各國政府關注的焦點，也是大型國際測驗，如國際數學與科學教育成就趨勢調查 (Trends in International Mathematics and Science Study, TIMSS)，以及國際學生能力評量計畫 (Programme for International Student Assessment, PISA)。過去，許多國家都進行數學教育的改革 (如臺灣、美國、芬蘭、新加坡等)，希望藉由課程目標和內容的改變，提升學生的數學學習表現 (教育部，2003；Curriculum Planning and Development Division, 2006；The Finnish National Board of Education [FNBE], 2004；National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000)。其中，改變的主要焦點之一在於教科書的內容，因為教科書是影響教師教學最主要的因素 (黃政傑，1995；Grouws, Smith, & Sztajn, 2004；Nicol & Crespo, 2006)，使得教科書在內容編排和學習焦點上和過去有了很大的不同 (鍾靜，2005；Becker & Selter, 1996；Stein, Remillard, & Smith, 2007)。

教科書內容的改變，使許多研究開始探討教師課程使用 (curriculum use) 的情形 (Remillard & Bryans, 2004)，或是不同課程內容對於學生數學學習可能產生的影響 (Tarr et al., 2008)。結果發現，從課程使用的觀點來看，教師並非完全忠實地使用教科書的內容，教師會調整、改編或自行設計教學的內容 (Brown, 2002；Lloyd, 2008；Remillard & Bryans, 2004)；而探討課程實施的研究也發現，教室內的實施課程受到許多因素的影響，以至於教室內的實施課程和教科書之間並不是等號的關係 (Henningesen & Stein, 1997；Tarr et al., 2008)。意即，教師在課程使用或實施的過程中，扮演的是一個主動詮釋和轉換的角色，而且教室內課程的實施對學生數學學習有更直接的影響 (Martin, Mullis, Gonzales, & Chrostowski, 2004)。因此，Stein 等人 (2007) 建議，應以教室內數學課程實施的情形為焦點，探討教師數學課程實施的情形與考量的因素。

受到《不讓任何一個孩子落後法案》(No Child Left Behind Act) 的提出，

以及國家數學教師協會（National Council of Teachers of Mathematics, NCTM）（1989）出版《學校數學課程和評量的標準》（*Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*）一書的影響，數學教育研究社群開始重視數學課程與學生數學學習結果之間的關係，以檢驗所提出課程計畫的有效性（Stein et al., 2007）。包括檢驗不同取向數學課程的實施方式（Grouws, 2008）、了解改革課程對學生數學學習表現的影響（Harwell et al., 2007; Post et al., 2008），或是了解數學課程實施的方式對學生數學學習可能的影響（Silver, Mesa, Morris, Star, & Benken, 2009）等，這些研究都說明了課程實施議題受到關注的程度，以及其所探討的焦點。在臺灣，數學課程的研究逐漸受到重視，但大多是針對數學教科書進行內容的分析（徐偉民、徐于婷，2009；陳仁輝、楊德清，2010），較少對教室內數學課程的實施進行探討。因此，宜先針對教室內數學課程實施的情形進行探討，以做為後續探討課程和學習表現關係的基礎。而教師在數學課程實施時所考量的因素，過去相關研究指出，教師本身的知識和信念、教科書的特色、學生的課堂反應，以及課程實施的脈絡政策等，都是教師實施數學課程時的主要考量（連安青，1999；黃毓芬、張靜馨、曾志華，2008；Lloyd, 2008; Remillard, 2005; Remillard & Bryans, 2004; Stein et al., 2007; Tarr et al., 2008）。但是，除了Remillard（2005）提出課程實施因素間的架構與關係外，其餘研究並未明確指出教師課程實施時主要考量的因素，以及各因素之間的關係。而數學課程實施又是高度個人化且複雜的歷程，不同的教師有不同的主要考量。因此，本研究基於過去研究的發現與建議，以三位學經歷背景不同，且在不同地區服務的六年級教師為對象，以數學課程實施為焦點，透過個案研究的方法，以達成以下兩個研究目的：

一、了解三位不同背景教師數學課程實施的異同。

二、根據過去研究發現，針對三位教師實施數學課程的情形進行詮釋，探討教師課程實施時主要考量因素的異同。

貳、文獻探討與啟發

一、數學課程實施的焦點與面向

(一) 數學課程實施的焦點

欲了解數學課程實施的焦點，可以從實施課程（implemented curriculum）的意義來獲得。實施課程是由「教室內師生共同參與的活動」所建構而成（Cuban, 1992; Remillard & Bryans, 2004），因此，數學實施課程是由「教室內師生共同參與的數學活動」所組成。但是，教室內師生參與的數學活動為何？Stein 等人（2007）認為，教室內主要的數學活動是解題，可以透過「數學任務」（mathematics tasks）的實施，來了解教室內數學課程實施的情形。數學任務包括教師在數學課堂中所採用的方案、問題或練習等，而且一個數學任務會引發一個工作時段，使學生在該時段中致力於特定數學概念的學習（Henningsen & Stein, 1997）。而以數學任務為焦點，其原因有：首先，教室內課程的實施，通常是由數學任務所組成，包括任務的本質和實施方式；其次，教師採用的數學任務不但直接影響學生學習數學的方式和結果，也會影響學生對於數學本質和學習的觀點（Henningsen & Stein, 1997）。此外，數學教科書在改革過程中主要改變的焦點，也在於數學任務的本質和呈現方式，因而使得改革版教科書在數學任務的呈現上和傳統教科書有很大的差異（Stein et al., 2007）。有鑑於此，本研究乃以數學任務為焦點，做為探究和了解教室內數學課程實施的依據。

(二) 數學課程實施涉及的面向

以數學任務為焦點來探究教師教室內數學課程的實施，將涉及到包括數學任務的來源、本質和實施的方式等三個面向（Stein et al., 2007）。在數學任務的來源上，過去相關的研究發現，教師使用數學任務的來源包括完全來自教科書、部分改編或完全自編（Nicol & Crespo, 2006; Remillard & Bryans, 2004）。而 Lloyd（2008）則把教師的課程使用譬喻成一條連續的直線，直線一端是完全依賴和使用教科書，另一端是隨興創作而不使用教科書，完全依據個人的知識和經驗來設計，由此可知，教師教室內使用數學任務的來源。

在數學任務的本質上，Stein、Smith、Henningsen 與 Silver (2000) 認為，可以依解題時所需的認知需求，由低到高，分為四種不同類型，包括：記憶 (memorization)、缺乏意義連結 (procedures without connections)、有意義連結 (procedures with connections) 和做數學 (doing mathematics)，其範例如表 1。其中，記憶和缺乏意義連結的數學任務，屬於低認知需求的任務，解題時，學生只要透過記憶背誦或規則演練就可以成功解題，不需要真正的理解；有意義連結或是做數學的任務，則屬於高認知需求的任務，學生必須要真正的理解，並選擇適當的策略或表徵才能解決問題。低認知需求的任務，著重在基本事實與計算技巧的熟練；高認知需求的任務，強調生活問題的解決、推理與應用。不同類型的數學任務，會影響學生數學學習焦點、數學能力和學習態度的發展。

表 1 四種不同類型數學任務的範例與學生可能的反應

低認知需求的任務	高認知需求的任務
記憶 和 $1/2$ 相等的小數和百分率為何？ （學生依定義立即寫出答案）	有意義連結 使用百格板標示出等於 $3/5$ 的小數和百分率 （學生需進行表徵間的連結）
缺乏意義連結 將 $3/8$ 轉換成小數和百分率 （學生需透過計算程序得出）	做數學 在 4×10 的格板中，將 6 小格畫上陰影， 請解釋如何決定陰影面積的百分比率和小數？ （學生需選擇合適的方法進行解題並解釋）

資料來源：出自 Stein et al. (2000: 13).

在實施的方式上，數學任務的類型和師生的互動與實施方式關係密切：低認知任務著重以記憶公式或關係解題，或強調運算程序的熟練，傾向以單向或封閉性的方式來進行互動；而高認知的任務則呈現較複雜的問題情境，要求學生在思考、討論和探索的過程中，創造解題的方法並理解數學的概念 (Silver et al., 2009)，因此會採取開放且雙向的互動方式，提供學生更多探索和說明的機會。低認知任務的實施以教師講述為主，學習的焦點在解題技巧的熟練；而高認知任務的實施則以討論合作解題為主，學習的焦點在概念的理解，並強調思考、溝通、推理等能力的培養 (Stein et al., 2007)。

二、教師數學課程實施時的考量

不論是從課程的多重意義（Goodlad, 1979）、數學課程實施的研究發現（Remillard, 1999, 2005），或是探討數學課程和學生學習表現關係的研究或文獻（Stein et al., 2007; Tarr et al., 2008）都主張，教師數學課程的實施是一個多因素相互影響的複雜過程，且教室內的課程實施對學生的數學學習表現有更直接的影響（Mullis et al., 2004; Stein et al., 2007）。這就是為什麼近年來數學課程實施受到研究社群關注的原因，亦即，為了了解或探討數學改革課程和學生數學學習之間的關係。

Remillard（2005）主張，教師在數學課程實施時，主要考量的是教師本身和教科書特色兩個因素。其中，教師本身包括教師具備教學相關的知識、信念和個人角色定位等，而教科書特色涵蓋了主觀和客觀兩方面，主觀的特色是指教科書編輯所依據的哲學理念，客觀的特色是指教科書編排的內容結構與表徵方式等。教師個人和教科書兩者之間彼此互動，同時在互動的過程中，還考量到課程實施所處的脈絡環境和學生的反應，共同組成教室內課程實施的樣貌。

Stein 等人（2007）也強調，教師在數學課程實施時，會考量到教師個人（包括知識、信念、專業角色定位）、學生課堂上的學習態度和反應、教科書的特色，以及課程實施場域的特定脈絡（包括課程分配的時間、學校地區的文化 and 特色、教師教學專業的支持，以及相關的政策）等因素，據此決定課程實施的方式。

而其他研究探討的議題和焦點雖然不同，也都得出類似的結論：Lloyd（2008）探討一位職前教師課程使用的情況發現，個案教師和數學課程之間是互動參與的關係，而且在實施的過程中，教師考量到個人過去的經歷、課程實施場域的特色，以及課程本身的特色等因素，所以，會主動調整課程的內容；Henningsen 與 Stein（1997）的研究發現，教師在實施數學任務時，受限於本身的學科知識、信念和設定的目標、學生的學習態度，以及教室常規等因素，以至於時間分配不當、沒有適當引起學習動機或和學生的先備知識連結，因而降低高認知任務的挑戰，使學生以低認知的方式進行學習；Tarr 等人（2008）則指出，教師在數學課程實施時，會考量到教師本身的知識和信念、學生的反應、評量的政策和教科書等因素。而國內的相關研究雖不多，但是在探討教師教室內的數學

課程實施時也發現，教師在面對改革的數學課程和教學主張時，會因為個人的知識和信念、學生的課堂反應，以及課程實施場域脈絡（如評量）等因素，而使課程的實施和改革的主張有所落差（王玉品、徐偉民，2009；許灝方，2002；連安青，1999）。

雖然上述研究的焦點不同，但都認為教室內數學課程的實施，是教師考量多個因素後的結果：（一）教師本身包括教師的知識、信念和個人專業角色定位等。其中，教師的知識是指教師對於數學學科、教學和學生的知識等；信念是指對於數學本質、數學教學與學習的信念；專業角色的定位是指教師看待自己所扮演的角色與功能。（二）學生反應主要是指學生課堂上的學習態度和反應。（三）課程特色包含教科書編輯的哲學依據和概念編排與呈現的特色。以及（四）關於環境脈絡意指課程實施場域的特定脈絡，包括課程分配的時間、學校地區的文化和特色、教師教學專業的支持與相關的政策等。過去文獻雖然得出上述四種教師數學課程實施時考量的因素，但只有 Remillard（2005）指出各考量因素間可能的互動關係。可見，教師數學課程實施的複雜性，以及此議題尚處於初步探索與理解的階段。

三、相關文獻的啟發

不論從數學課程實施的研究，或是探討課程和學生數學學習關係的研究來看，都可以了解教師在教室內的課程實施，對學生的數學學習有最直接的影響。但是，如何探究教師在教室內所實施的數學課程？以何者為焦點來分析教室內數學課程實施的情形？這些是過去相關研究較少提及的部分，也是引發本研究進行探究的最主要原因。

Stein 等人（2007）在整理過去 50 年來課程相關研究的文獻中，除了論述不同類別課程研究發展的歷程與對學生數學學習的影響外，也具體地建議以「數學任務」做為分析與理解教室內課程實施的焦點，其包括教師所使用的數學任務之本質（或類型）、來源以及實施的方式等三個面向。因此，本研究將這三個面向做為分析與探究個案教師教室內數學課程實施情形的依據。

不過，教室內要維持實施高認知需求的數學任務，遠比在教科書中選擇高認知需求的數學任務來得難。例如：在 TIMSS 1999 年的教學影片研究中發現，

美國教師在教學中選用的數學任務，雖然有 17% 屬於高認知需求的任務，但是他們卻將高認知需求的數學任務轉換成程序性練習的方式來實施（Stein et al., 2007）。Boaler 與 Brodie（2004）發現，在數學課程與教學改革主張的前提下，教師在教室內的課程實施還是偏向傳統規則和程式講解取向的方式。Cohen 等人（1990）的研究也發現了類似的結果，雖然個案教師採用的是創新的教材，內容設計的目的為幫助學生進行有意義的數學學習，但是，個案教師卻以「傳遞正確且固定答案的數學知識」的方式來實施。

上述的研究發現說明了兩點，一是不能只依據教師所使用的數學任務類型，來理解數學課程的實施，還必須了解教師實施數學任務的方式，才能完整說明教室內數學課程實施的情形；而這呼應了 Stein 等人（2007）對於探討數學課程實施面向的主張。二是說明教師在課程實施時考量因素的複雜性，包括考量教師個人的因素、教科書的特色、學生上課的反應，以及所處的環境脈絡等。不同的考量就會產生不同數學課程實施的面貌。有時考量到學生的反應，會使教師以偏向傳統與低認知的方式來進行數學課程的實施（Henningsen & Stein, 1997）；但有時考量教師本身的信念，則使教師以偏向高認知需求的數學任務為主，並以開放互動的方式來進行數學課程的實施（Boaler & Staples, 2005; Gutstein, 2003）；而若是有來自外在教學專業團體的支持（脈絡），則會讓教師採取偏向改革主張的課程或教學實施方式（林碧珍，2000；鄭章華、邱守榕、王夕堯，2001；Raymond & Leinenbach, 2000）。意即，教師在數學課程實施時考量的因素多元且複雜，而且考量的主要因素也有所不同，因而導致數學課程實施的樣貌不同。過去的研究發現提供本研究探究的依據，期能藉由深入的個案探討了解不同教師考量因素的異同。

參、研究方法

一、研究方法與對象

教師在教室內的課程實施，是一個高度個人化的歷程和結果，目前相關的研究尚在探索與理解階段，適合以個案研究的方式，來探討教師課程實施時的情形

與其考量。過去的研究也發現，教師在數學課程實施時，會考量包括教師個人、教科書特色、面對的學生和所處脈絡等因素，而有不同的實施情形。有鑑於初步探索且複雜的議題，以及過去的研究發現，本研究採用個案研究法，並選擇三位不同背景與任教地區的六年級教師為對象，進行教學的觀察、訪談和文件資料的蒐集，以了解並比較其教室內數學課程實施的情形，以及其課程實施時考量的因素，進而達成本研究的研究目的。

三位參與本研究的六年級教師（A、B、C 三位教師），年齡相仿（35～39 歲），同時在學經歷、使用教科書版本、學校地區等背景因素，各有異同之處：A 教師，女性，畢業於師資培育大學教育系，已有 16 年的教學經驗，曾擔任縣數學領域輔導員一年，目前任教於〇〇市郊的大型學校，學校附近多為住宅區，各類補習班林立，學生家長的社經地位中上；B 教師，男性，畢業於一般大學數學系，已有 7 年的教學經驗，曾擔任國中文理補習班數學教師 5 年，目前在研究所進修且任教於〇〇市中心的大型學校，學校附近多為商業區，各類商業活動熱絡，家長社經地位中上；C 教師，男性，畢業於師資培育大學數學教育學系，已有 10 年的教學經驗，曾擔任縣資訊議題領域輔導員兩年半，目前在研究所進修且任教於〇〇縣鄉下的小型 6 班的學校，學校附近有大片檳榔園與農地，家長職業以農工為主。在數學教學的知識上，A、B 兩位教師表示，有時候不知道如何呈現一個數學概念讓學生容易了解（C 教師認為還好），B 教師認為自己雖然在大學主修數學，但所學對於小學數學的教學還是能力不足。此外，三位個案教師都認為，學生有被動和依賴的學習習慣。在數學教學的信念上，三位教師都認同數學的教學應該要和生活結合，A 教師強調最好以小組合作討論的方式來進行，讓學生在充分的討論中獲得理解；B、C 兩位教師則強調定義的重要，B 教師認為解題前應先讓學生具備基本的計算能力，C 教師則強調教師的靈活度，應隨著學生的反應來調整教學，不必採取固定的教學方法。在教師角色的定位上，三位個案教師都認為在數學教學中應扮演引導的角色：A 教師希望所有學生都能在她的引導下進行思考與討論，B 教師希望能和學生有更多的互動，C 教師則認為若概念過於抽象或過程過於繁雜，便可以省略引導的過程。

三位個案教師使用的教科書版本不同，是目前市占率最高的前三名，三個版本的教科書在結構上都採用整合取向（integrated approach）的編寫方式，每一

冊均包含數學領域不同的學習主題（如數與計算、幾何等）。而在概念的呈現上，強調與學生生活經驗的結合，並以圖像或文字來呈現學生解題思考的歷程。研究對象的選擇除了依據過去研究的發現之外，也以獲得豐富的資訊為主要考量（Lincoln & Cuba, 1985），而非僅做一般化的推論。

三、資料蒐集

（一）教學觀察和錄影

為了要了解個案教師數學課程實施的情形，本研究以教學觀察和錄影的方式進行為期一學期的資料蒐集（2009年2月～6月），並在三位個案教師同意下，每週錄一節課（扣除月考前1週和月考週，以及六年級提早2週畢業，共觀察錄影了12週），透過觀察和錄影來了解個案教師教室內數學課程實施的情形。而觀察和錄影的焦點，將採用Stein等人（2007）對於探究教師課程實施的建議，以教室內使用的數學任務和實施方式為主。本研究之所以不選擇某一數學主題（如數與計算）進行完整的觀察和錄影，是因為每個主題教師課程實施的方式可能不同，為了解個案教師整體數學課程實施的情形，所以採取每週一次的觀察錄影，相信一學期觀察和錄影的資料應該足以代表個案教師整體數學課程實施的情形。錄影的內容除了做為資料分析的依據外，也做為訪談個案教師的依據。

（二）訪談和文件資料

根據過去的研究發現與建議，本研究規劃兩種訪談方式來了解教師在數學課程實施時的考量：一是立即性個別訪談。在每週個案教師教學之後，立即進行簡短的半結構式訪談，焦點在於課程實施的三個面向，包括個案教師採用的數學任務類型、來源和實施方式。例如：「您今天為什麼以小組討論的方式來進行」、「您今天呈現的問題為什麼和教科書不同」等，從個案教師的回答中，了解其課程實施時所考量的各項因素，包括個人、使用的教科書特色和學生反應等；二是期末團體晤談。透過個案教學影片的分享與說明，以及其他教師和研究者的提問，了解其數學任務實施時的考量。例如：「您為什麼採用大量的師生對話來實施」、「您的教學是否受到家長或學校環境的影響」等，一方面比對個案教師在立即訪談中所提及的考量因素，另一方面也從學校地區的文化和政策、課程分配的時間等層面來了解其課程實施時的考量。透過兩種不同的訪談方式，來探討個案教師

在課程實施時的主要考量。此外，為了深入了解個案教師對於數學教學和學習的觀點，在研究前請三位教師提供一節自己的數學教學影片（最想和研究者分享或具代表性），和研究者共同觀看後進行訪談，以做為日後訪談與資料分析的參考。

除了觀察與訪談資料的蒐集外，本研究也蒐集個案教師的個人檔案和教學紀錄，以及學生課堂上的解題紀錄，以做為和其他資料比對與校正的依據。教師的個人檔案，包括教師個人的學、經歷，以及過去數學教學和學習的經驗；而教師的教學紀錄，則包括教學的計畫和反省，可以了解教師在構思和反省課程實施時，主要思考的焦點與考量（此部分由教師主動提供）；至於學生的解題紀錄，則含括了小組或是個別的解題紀錄，將其與觀察或訪談的資料進行比對，可從不同的資料中了解個案教師教室內數學課程實施的情形與其考量因素。

四、資料分析

本研究蒐集的資料包含教學觀察錄影、訪談和文件紀錄三大類，每種類別的資料均轉錄成文字並進行編碼。編碼以「人員一日期一類別」為原則：日期採「月一日」四碼數字的方式，資料類別以其英文前兩字母代表（觀察為 Ob，文件為 Do），若觀察的資料涉及數學任務的類型，則在類別之後加上任務的類型碼（Ma 為記憶型，Mb 為缺乏意義連結型，Mc 為有意義連結型，Md 為做數學型），做為日後資料展示的依據。而觀察資料的分析，主要進行的是數學任務的計數與歸類。在計數上，雖然數學任務實施的方式不同（小組討論或師生對話），但是，個案教師都會在呈現數學任務後（文字題、圖形題或單純算式），再請學生進行小組討論、個別解題或以師生對話的方式進行。因此，在數學任務的計數上，係將教師所提問的問題、針對此問題所進行的互動，以及學生的解題紀錄或回答內容，計數為一個數學任務。如果同一個任務，但主要探索或學習的是同一個數學概念，即使個案教師反覆以對話的方式來引導學生解題或了解，則仍計數為一個數學任務。例如：

C：……店門口掛著紅布條，上頭寫著「使用消費券購物，有優惠 25% off」，於是麗子為自己選了一件定價 2,400 元的洋裝，請問麗子必須要付

多少元的消費券？請你們先來比較一下，打幾折？

SS：25 折。

C：25 折嗎？……是嗎，確定？那不就非常便宜了

SS：對。（也有人搖頭）

C：S₁ 搖頭，為什麼？有什麼不對勁？

S₁：它和前面不一樣……。（C0225ObMc）

（透過對話，釐清問題中 off 的意義後，請學生個別解題）

在數學任務的歸類上，將針對數學任務的來源、類型和實施的方式進行歸類。其中，數學任務的來源係以過去課程使用的研究發現做為分類的參考（Lloyd, 2008），了解和教科書內容一致的程度；而數學任務的類型則採取 Stein 等人（2000）分類的標準，將數學任務分類成高認知和低認知需求等四類；而數學任務的實施方式，則包括數學任務使用過程中師生互動的方式和所使用的活動等。其中，在數學任務的計數和歸類上，係由一位具有數學教育專長的大學教授和一位主修數學教育的碩士共同進行，兩人討論並釐清任務計數和歸類的標準後，再針對三位個案教師一節課的錄影轉錄資料進行各自的歸類與統計。結果發現，在數學任務的計數上，除了 B 教師的部分略有出入外，其餘都相同。而造成差異的原因是 B 教師在引導學生了解體積公式時，大部分都以長方體為例進行引導與說明，之後再引入梯形柱和三角柱公式，希望得出柱體體積為「底面積 × 高」的結論（B0227Ob）。一位分析人員在此增加一題梯形柱體體積的計數，但是，經過討論與數學任務定義的比較後，認為應該計數為一題，原因在於其目的皆為體積公式的通則。

而在數學任務的分類上，則因對任務解題要求的解讀不同而有所差異。例如：A 教師在課堂上問學生「什麼叫做 ppm？」（A0226ObMc）。對此，一位分析人員歸類為低認知任務（定義問題），但另一位認為屬於高認知任務，因為教師先要求學生蒐集生活中可能出現 ppm 的物品，並要求學生觀察所蒐集的物品（如牙膏），從觀察中去了解並說明 ppm 的意涵與應用。任務本身要求學生進行解釋、理解與生活應用，應屬於高認知任務；B 教師在引導體積公式由來時，一位分析人員認為該題強調記憶公式解題，但另一位認為該題之目的在於導出體積的通則，只不過，是透過大量封閉式對話來實施（B0227ObMc），而任務本身還是

屬於意義連結的高認知任務。兩位分析人員取得共識後，再以差異較大的 B 教師的一節課進行分析，並在數學任務計數和歸類上都一致後才進行後續的分析。在後續分析中發現歸類不一致的情形，經由討論並再次對照 Henningsen 和 Stein (1997)，以及 Stein 等人 (2000) 文獻的內容後，將 B 教師的 11 個、C 教師的 9 個任務，從缺乏意義連結型改歸類到意義連結型，因為任務本身是屬於高認知的，只是實施的方式使學生以低認知方式來學習。最後歸類的結果便成為研究資料呈現的依據。

訪談的資料將針對訪談的逐字稿進行類屬分析，從教師在對話中所表達之主要概念或關注焦點，來歸類個案教師數學課程實施時考量的因素。由於訪談是一個連續對話的歷程，因此在歸類時，有時會依據一、兩句對話，有時會依據數句對話來進行，完全視個案教師主要表達的特定概念而定。同時，訪談資料中所歸類的因素，必須和個案教師課程實施的觀察紀錄進行比對後，方能確認其實際課程實施所考量的因素。例如：個案教師在訪談中描述個別學生的學習問題，以及他平常的處理方式 (B0313In, C0225In)，雖可以歸類為考量學生因素，但並未發現對其課程實施有所影響，因此，不列為考量因素的紀錄。希望透過不同資料的比對與校正，來確認不同個案教師，其課程實施時主要的考量，以做為後續研究與進一步討論的基礎。

肆、研究結果

一、個案教師教室內數學課程實施的情形

在一學期觀察中，扣除 A 教師 2 節課檢討考卷和習作，B 教師 3 節課檢討考卷外，A、B、C 三位教師分別上了 11、9、12 節課，涵蓋了 7 至 8 個單元。其中，共同的單元包括「百分率」、「統計量」、「立體圖形」和「比率尺」四個單元，不同的單元則包括了「速率」、「代數」、「面積」、「四則混合計算」、「座標」等，這是因為使用不同版本教科書所致。A 教師在 11 節課中，有 5 節是屬於該單元的第一節，3 節屬於最後一節，其餘是屬於中間的節數；B 教師在 9 節課中，有 4 節是屬於該單元的第一節，2 節屬於最後一節，其餘屬於中間的節數；

C 教師在 12 節課中，有 6 節是屬於該單元的第一節，3 節屬於最後一節，其餘是中間的節數。因此，三位教師課程實施的焦點都涵蓋了概念介紹、解題的練習與應用，以及回顧延伸的部分，而且在單元前、中、後所占的比率接近（如單元第一節課所占的比率分別為 45%、44%、50%），因此可以透過比較來了解他們數學課程實施的異同。整體來看，三位教師數學課程實施的情形各有不同，其中，A 教師大都採用小組合作學習的方式來實施，使用的任務內容比較貼近學生的生活經驗，以進行開放性討論為主；B、C 兩位教師大多以師生對話的方式來進行，且以封閉性對話為主，偶爾才以小組討論的方式來實施。但詳細的比較，將從三位教師所使用之數學任務的來源、類型和實施方式來進行分析，進而了解三位教師數學課程實施的異同。

（一）使用的數學任務大多來自教科書

A、B 兩位教師檢討考卷或習作時所使用的數學任務不列入計算，則 A 教師共使用了 37 個數學任務，其中，15 個任務和課本完全相同（占 40.5%），5 個任務雖源自教科書，但對任務中的數字或情境進行微調（占 13.5%），不過，目的相同。例如：在「統計量與圓形百分圖」單元中，調整統計數據的分配（A0312ObMc）；在「速率」單元中，將情境調整為學生所熟悉的夜市情境（A0416ObMc）等。其餘 17 個和課本完全不同的任務中（占 46%），大多是自行設計或是從課本問題延伸，包括在「統計量與圓形百分圖」單元中，增加一個擲骰子的情境問題，要求學生設計出讓人一目了然的統計圖表（A0305ObMc）；在「幾何公式與代數律」單元中，列出一個錯誤的算式並要求學生偵錯與修正；以及呈現課本中所沒有出現的類型讓學生討論 $a \div b + a \div c$ 是否等於 $a \div (b+c)$ （A0522ObMc）等。

B 教師所使用的 32 個數學任務中，有 23 個任務和課本完全相同（占 72%），8 個任務雖源自教科書，但對於任務中的數字或情境進行微調（占 25%），不過，目的相同。例如：在「四則混合運算」單元中，調整題目內的數字（B0313ObMc）；在「百分率」單元中，將情境和數字調整為符合班上學生實際的情況（B0417ObMc）。只有 1 個任務和課本完全不同（占 3%），是在「平均數、中數和眾數」單元中，讓學生討論三種不同數據的優缺點（B0522ObMc）。而 C 教師所使用的 43 個任務中，有 17 個任務和課本完全相同（占 39.5%），14

個任務雖源自教科書但進行數字或情境的微調（占 32.5%），不過，目的相同。例如：在「比率尺」單元中，將課本中的三角形圖形調整為長方形（C0422ObMb）；在「幾何公式與代數律」單元中，調整題目內的情境和數字（C0522ObMb）。另外有 12 個任務和課本完全不同（占 28%），包括在「統計量與圓形圖表」單元中，請學生思考如何以最快的方法找出中位數（C0304ObMc）；在「速率」單元中，增加一題以班上學生為主角的情境問題，要求學生從數據中判斷教練會選誰當溜冰選手（C0415ObMc）。

整體來看，三位教師在教室內所使用的數學任務，來自課本所占的比率（包含完全相同與部分調整），分別是 54%、97%、72%；而自行設計或是延伸自課本相關題型者，分別占 46%、3%、28%。這樣的數據顯示，A 教師屬於比較主動調整與設計數學任務，B 教師較依賴教科書，而 C 教師則介於兩者之間。三位教師使用的數學任務和教科書內容相同的比率，如圖 1。

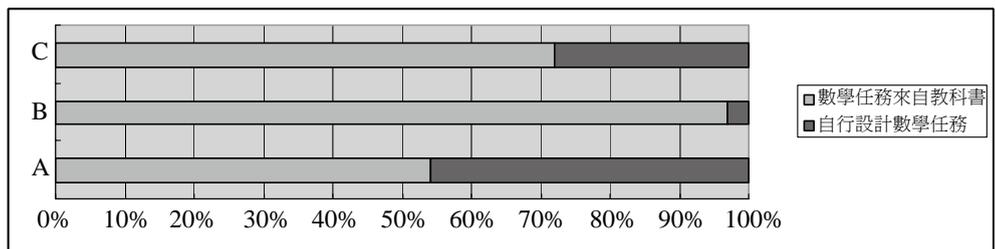


圖 1 三位個案教師使用的數學任務來源圖

（二）80% 以上的數學任務屬於「缺乏意義連結」和「有意義連結」類型

依據 Stein 等人（2000）分類的標準發現，A 教師使用的 37 個數學任務中，低認知需求的任務有 10 個，高認知需求的有 27 個；B 教師使用的 32 個數學任務中，11 個屬於低認知的任務，21 個屬於高認知；C 教師使用的 43 個數學任務中，23 個屬於低認知的任務，20 個屬於高認知。三位個案教師教室內使用數學任務的統計與各類型任務的舉例如表 2（因表格的限制，無法呈現師生互動的歷程紀錄與學生解題紀錄，而只呈現任務本身）。

表 2 三位個案教師教室內使用數學任務的類型統計與說明

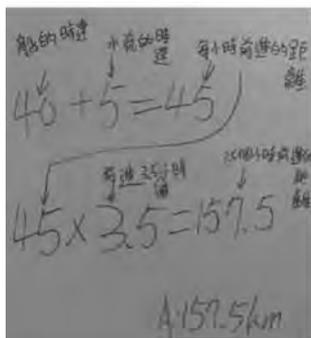
數學任務類型	A	B	C	舉例
低認 知需 求 記憶型 (一階單位換算、 公式記憶和定義)	1 (3%)	2 (6%)	8 (19%)	A：將一筆奇數筆資料照從小 到大順序排列，在最中間的那 一筆資料稱為中位數。 B：一張梯形紙片的上底 4 公 分，下底 6 公分，高是 1 公分 時體積是多少？ C：300km/hr 是什麼意思？
缺乏意義連結型 (單步驟文字題、 單純計算問題、應 用固定程式解題)	9 (24%)	9 (28%)	15 (35%)	A： $a \times b - c \times b \rightarrow$ 你怎麼做分 配律？ B：請上臺算 $20 \frac{1}{2} - 37/8 \div$ $5/4$ 。 C：全班有 20 人，40% 有近視， 請問近視的有多少人？
高認 知需 求 有意義連結型 (開放性觀察和比 較、表徵的連結、 兩步驟文字題)	25 (68%)	21 (66%)	20 (47%)	A：觀察這兩張圖（放大和縮 小照片），哪些地方是一樣 的？哪些地方已經不同？ B：竹竿插水中，水中長 2 $4/5$ m，在水面上的竹竿是在水 中的 $5/8$ 倍，問全長？ C：請寫出五個生活中的立體 圖形，它的鄰面是互相垂直、 對面互相平行。
做數學 (抽離情境選用適 當表徵)	2 (5%)	0 (0%)	0 (0%)	A：有誰能夠出類似的文字 題？ $a \times b + c \times b$ 跟 $(a + c)$ $\times b$ ，出一個文字題。
小計	37	32	43	

註：百分率計算採四捨五入取到整數，因此有時會超過 100%。

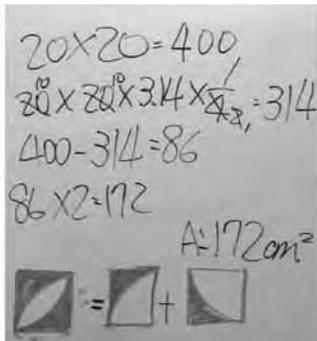
從數學任務類型的使用分布情形來看，A、B 兩位教師以高認知的任務為主，C 教師以低認知任務居多，同時 B、C 兩位教師並未使用「做數學」類型的任務：在「記憶型」的任務上，三位教師使用的任務大多屬於應用公式來解題，如應用體積公式解柱體體積（B0227ObMa）；應用百分率計算公式解題（C0311ObMa），以及透過定義解題，如中位數的定義（A0318ObMa）及找出數列中的眾數，

B0522ObMa)；而「缺乏意義連結型」的任務，大部份是屬於應用固定程序解題的任務，包括算式計算、統計圖表的報讀等，強調的都是應用固定的程式來解題，如報讀不同班級借書所占的百分率 (B0424ObMb) 與看圖寫出比率尺 (C0501ObMb)，其餘則是單步驟的文字題，如算出一列人數的間隔數後，提供間隔距離，要求算出該列長度 (B0515ObMb)。

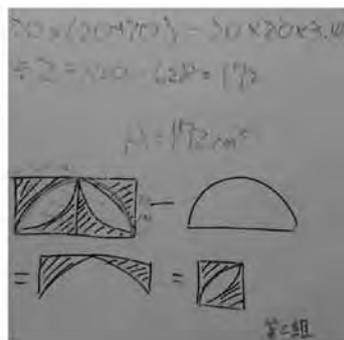
在「有意義連結型」任務中，三位教師使用的任務都包含開放性觀察和討論，如從尋寶遊戲中觀察並討論平面座標的關鍵要素 (A0430ObMc)；提供平面或立體圖形請學生觀察規律與異同 (B0410ObMc, C0408ObMc)、兩步驟文字題，如百分率單元 (B0417ObMc)；速率單元 (A0416ObMc, C0415ObMc)、強調意義的連結，如強調複合圖形和算式間的連結 (A0319ObMc)；強調圖式和體積公式間的連結 (B0227ObMc)；強調圖像和乘法分配律算式的連結 (C0603ObMc)。以 A 教師為例，從學生的解題紀錄中可以看出，A 教師強調算式代表的意義，以及和圖像之間的連結，包括在速率的解題紀錄中，學生寫出每個數字和算式所代表的意義 (S₁0416Do)；在複合圖形面積中，學生不僅呈現算式和圖形之間的連結 (S₂0319Do)，甚至有小組想出「重複」原有的複合圖形，透過長方形減掉半圓面積之後，就可以得出兩個斜線的面積，同時，也以圖示和算式來呈現他們的思考與理解 (S₃0319Do)。



S₁0416Do



S₂0319Do



S₃0319Do

「做數學」的任務只有 A 教師有使用：在乘法交換律單元中，當學生以數

字帶入的方式說明乘法交換律成立後，A 教師進一步要求學生列出 $a \times b + c \times b$ 或 $(a+c) \times b$ 相對應的文字題，並藉由文字題的情境，讓學生了解兩個算式代表的意義和結果是相同的 (A0521ObMd)。這是屬於擬題的部分，教科書中並無類似的任務，學生必須要了解算式代表的意義後，才能擬出相對應的文字題，所以，被歸類為「做數學」。而另一個任務則是要求學生寫出「 $a \div b + a \div c$ 和 $a \div (b+c)$ 」相對應的文字題，並檢視兩個算式是否相同 (A0525ObMd)。三位個案教師使用的數學任務類型的分布如圖 2。

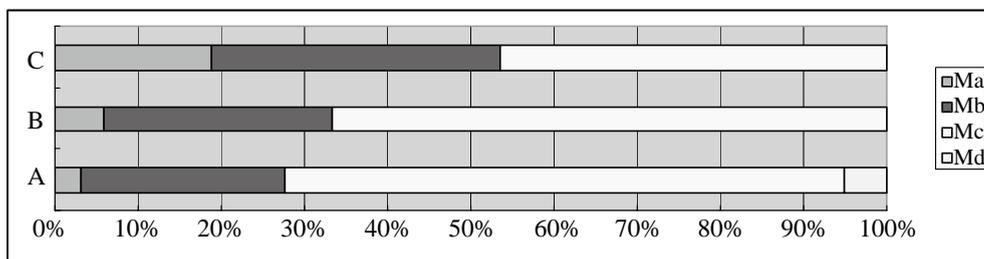


圖 2 三位個案教師使用的數學任務類型分布圖

(三) 「小組討論開放，師生對話封閉」的數學任務實施

三位個案教師有不同的數學任務實施和介紹方式。在實施方式上，三位教師都出現小組討論、師生對話和個別練習三種，但 A 教師的任務實施以小組討論為主 (78%)，B 教師混合著小組討論和師生對話的方式來進行 (各占 25% 和 53%)，而 C 教師則是以師生對話為主要實施方式 (74%)。三位個案教師數學任務實施的方式如圖 3。

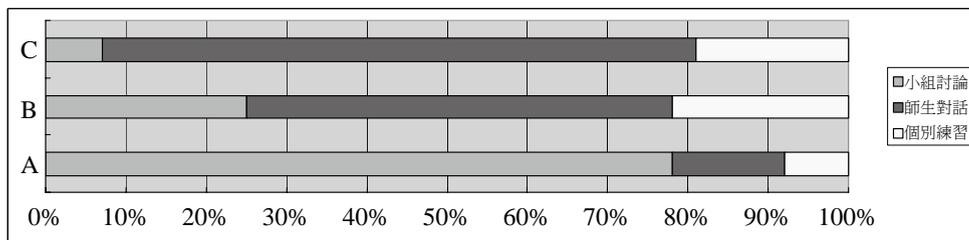


圖 3 三位個案教師數學任務實施方式分布圖

以小組討論實施的任務，個案教師大多提問較為開放的問題，學生以各自理解的方法解題，並說明完整解題思考歷程和結果；若以師生對話方式實施，則教師的提問大多屬於有固定且簡短答案的封閉式問題，學生並非完整地說明解題的歷程與思考，而是回答教師所問的問題。A 教師在 37 個數學任務中，有 3 個為個別練習（A03120bMb1，A03120bMb2，A03120bMb3）和 2 個小組討論的任務（A0226ObMc，A0430ObMc）進行到下課而無法歸類外，27 個採小組討論的任務，都要求各組解題後再上臺說明解題的歷程，並提供其他組提問的機會。而以對話方式進行的任務，除了 1 個要求學生擬出對應式 $(ac) \times b$ 的文字題進行開放性對話外（A0521ObMd），其餘 4 個都進行封閉性的對話。

B 教師在 32 個數學任務中，8 個採小組討論實施的任務，都讓每組學生完整表達解題思考的歷程和結果，也讓學生比較不同的解法與表徵（S30306Do，S40306Do）。17 個採師生對話實施的任務，有 16 個採封閉性對話來互動，只有 1 個要求學生觀察兩個相似圖形的異同時採開放性的互動，讓學生可以說出完整想法（B0410ObMc）。至於個別練習的任務，除了 2 個進行開放性對話的互動外（B0417ObMc，B0525ObMc），有 4 個是單純的算式計算或是文字題，學生解題後請一位學生上臺寫下他的解法，並針對該生的解法進行封閉性的對話，另外有 1 個練習因下課時間已到而沒有納入（B0313ObMb）；C 教師在 43 個任務中，3 個以小組討論實施的任務，都針對解題歷程提供完整說明和討論的機會。在 32 個以師生對話方式進行的任務中，雖然有 2 個速率的任務提供學生完整說明解題的機會，但都是根據個別學生的回答來和全班進行封閉性的對話（C0415ObMc1，C0415ObMc2）。8 個個別練習的任務，有 2 個因為已到下課時間所以沒有互動外（C0225ObMc，C0408ObMc），有 5 個採較開放性的互動，包括透過操作找圓心（C0318ObMc）、觀察柱體的構成要素（C0408ObMc）等，其中只有 1 個是採封閉性的對話來實施（C0318ObMa）。

若進一步細看數學任務介紹的方式可以發現，A、C 兩位教師偶爾會採用故事情境的方式，而且故事情境都是學生熟悉的生活情境：A 教師以班上學生為故事的主角，在 7 個單元中有 13 個任務使用故事情境來介紹，包括以三聚氰胺毒奶粉的社會事件來介紹「ppm」（A0225ObMc）、以逛夜市的情境來介紹速率（A0416ObMc）、以模擬的學生結婚照片來觀察縮圖（A0423ObMc）等。而

Handwritten mathematical work for S₃0306Do. It shows a vertical problem with a diagram of a rectangle. The top width is labeled $\frac{4}{5} \times \frac{5}{8}$ and the height is $\frac{4}{5}m$. The diagram is labeled "水面" (water surface). To the left, there are several lines of calculations:

$$\frac{4}{5} \times \frac{5}{8} + 2 \frac{4}{5}$$

$$= \frac{7}{5} \times \frac{5}{8} + 2 \frac{4}{5}$$

$$= \frac{7}{4} + 2 \frac{4}{5}$$

$$= \frac{7}{4} + 2 \frac{16}{20}$$

$$= \frac{51}{20}$$

$$= 4 \frac{11}{20}$$

S₃0306Do

Handwritten mathematical work for S₄0306Do. It shows a horizontal problem with a diagram of a rectangle. The top width is labeled $2 \frac{4}{5}m$ and the height is $\frac{4}{5}$. To the right, there are several lines of calculations:

$$\frac{4}{5} \times \frac{5}{8} + 2 \frac{4}{5}$$

$$= \frac{7}{4} + 2 \frac{16}{20}$$

$$= \frac{91}{20}$$

$$= 4 \frac{11}{20}$$

S₄0306Do

C 教師只有在百分率和速率兩個單元中，有 8 個數學任務採用故事情境介紹，包括以消費券情境介紹百分率（C0225ObMc）、以高鐵和溜冰比賽介紹速率（C0415ObMc）。三位教師都有相當高的比率直接介紹數學任務，依序為：B 教師 100%，C 教師 81%，A 教師 65%。整體來看，A 教師偏向採用小組討論和以情境介紹的方式來實施任務，B、C 教師則偏向以師生對話和直接介紹為主。

不過，值得注意的是，B、C 兩位教師都因為採取封閉對話的實施方式，降低解題時的認知需求，使學生以低認知的方式來學習高認知的數學任務：B 教師有 11 個，C 教師有 9 個。因此，B 教師有近 70%、C 教師有超過 70% 的數學任務，引導學生以低認知的方式來學習，而 A 教師則有超過 70% 的數學任務，引導學生以高認知的方式來學習。

（四）三位個案教師數學課程實施的比較

三位個案教師的數學課程實施，其實呈現了不同的面貌：A 教師使用的數學任務，有幾乎 50% 的任務是自行設計或延伸教科書中的內容，而且設計的任務貼近學生的生活經驗。在數學任務類型上，有超過 70% 以上是屬於高認知的任務，讓學生進行開放性的觀察和討論，或是進行表徵的連結與說明。同時有 78% 的任務是以小組討論的方式來實施，提供學生說明解題思考歷程與結果的機會；而 B、C 兩位教師大多使用教科書中的數學任務，並且因為採取以封閉式的對話為主的實施方式，因而使得兩位教師約有 70% 的任務，是讓學生以低認知的方

式來進行學習（雖然 B 教師使用的任務以高認知任務居多）。此外，B 教師偶爾會採用小組討論的方式來實施數學任務，但 B、C 兩位教師都較少提供學生說明完整解題思考歷程的機會。整體來看，A 教師的數學課程實施偏向以理解為焦點（Silver et al., 2009），同時也偏向數學教育改革對數學課程實施的主張（NCTM, 2000; Stein et al., 2007）；而 B、C 兩位教師的課程實施較為相似，而且和改革課程的主張有所不同（Stein et al., 2007）。

二、個案教師數學課程實施時的考量

由上所述，三位個案教師各有不同的數學課程實施面貌，不同的課程實施面貌是否意味著教師在課程實施時有不同考量？以下將從觀察、訪談和文件資料中，進一步分析和比較三位教師數學課程實施時考量因素的異同。

（一）努力達成自己理想數學教學與學習樣貌的 A 教師

訪談中，A 教師經常以負面的方式描述學生的程度落差（幾乎每一次都提及），包括：容易分心、計算容易出錯、討論時不夠積極參與、程度落差大等。而且經常和上一屆學生做比較，非常不滿意學生的學習特性和表現（A0312In, A0319In, A0507In, A0521In）。而且教師做了許多努力，但似乎激不起學生的學習火花，學生的表現一直未達他預期的標準（A0326In, A0423In, A0430In），所以在教學時，經常覺得很力不從心，不知道如何去協助學生對於數學學習的投入，甚至壓力很大、很頭疼，經常感覺到無力與挫折感（A0226In, A0305In, A0326In）：

……之前畢業的那一屆，他們解題的模式就很多……那就可以探討很多問題，你可以針對他的解題策略再做深入的探討。但這一班就是很奇怪，每次只有一兩組有答案……所以我會很痛苦、很內傷，每次上課我都覺得我快要不行了，我快要過勞死了，我昨天也一直沒睡好，我只要想到他們每次解題的結果都出乎我意料之外，我就覺得很納悶，到底問題出在哪裡？可能我自己也有問題……。（A0305In）

……我就覺得帶他們很沒有成就感，你會覺得很奇怪，像我們討論都討論蠻長的，但是就是有蠻多人都還會出錯，所以一直都很頭痛。（A0507In）

雖然不滿意學生的學習表現和特性，也經常不知道如何引導他們，但是，A 教師還是持續採用以小組討論為主的實施方式，以及採用較開放的數學任務，因為 A 教師希望在數學課中，每位學生都能夠根據自己的理解，提出解題的方法，並積極地參與討論。除了希望學生能夠發展出不同的解題策略（A0305In）外，也希望學生能夠徹底地理解（A0226In）。她經常採用隨機點選學生上臺發表的方式，來檢驗學生是否參與小組討論與真正理解，而且也經常從學生上臺所展示的解題式子中發現，學生很清楚地寫出算式中每個數字所代表的意義（如 S₁0416Do）。同時，A 教師也經常調整學生所屬的組別，希望能使學生在小組中有更多參與討論及理解的機會（A0319In，A0409In，A0430In）。

……我一定會隨便亂點，所以他們要確保上臺的那一個都懂……他們已經了解我的模式，我一定會問得很透徹……所以他們慢慢就會演變成這個策略（指明確寫出算式中數字代表的意義）。（A0416In）

……第一組他們幾乎都不行，因為他們之前就依附在別人的羽翼下，別人寫什麼，他們就噢噢噢，然後把別人的答案背起來，這次就刻意把他們全部都分在同一組，所以你要靠自己，不能每次都依賴別人。（A0507In）

從 A 教師對於學生學習表現的不滿意，可以了解其理想的數學教學和學習是，學生主動積極參與討論，在多元思考和解題中獲得真正的理解。這樣的理想使 A 教師經常主動調整與設計數學任務，採用學生熟悉的生活經驗來做為任務的內容（占 46%），並以故事性的方式來介紹數學任務（占 35%），希望藉此引發學生的學習興趣與主動參與和思考的意願，並在不同解題的思考和策略中（78% 的數學任務採小組討論與發表），使更多學生達成理解的目標。同時為了避免教科書所提供的思考與解題示範，限制了學生思考和討論的方向，A 教師上課時都不讓學生拿出教科書，只有在最後回顧的一節課中，讓學生練習教科書中的數學任務（A0312ObMa，A0312ObMb1，A0312ObMb2，A0312ObMb3）。雖然學生的表現時好時壞，A 教師仍對學生的上課和考試表現不太滿意（如計算容易犯錯），但從觀察者的角度來看，學生在課堂上參與討論的情況逐漸熱烈，甚至單純的計算任務，在 A 教師要求先思考再決定運算的順序下，學生也熱烈地討論並提出不同的解法來進行比較（A0521ObMc，S₁0521Do，S₂0521Do），因此，

Handwritten mathematical work for S₁0521Do. The work shows a calculation of $(17\frac{18}{24} - \frac{8}{32}) \times 2\frac{2}{5}$. The student uses a common denominator of 24 for the first part, resulting in $\frac{176}{24} - \frac{8}{32}$. They then calculate $\frac{176}{24} \times \frac{12}{5} - \frac{8}{32} \times \frac{12}{5}$. The final result is $\frac{88}{5} - \frac{3}{5} = \frac{85}{5} = 17$. There are several corrections and annotations throughout the work, including a final answer of 17.

S₁0521Do

Handwritten mathematical work for S₂0521Do. The student starts with $(17\frac{18}{24} - \frac{8}{32}) \times 2\frac{2}{5}$ and simplifies it to $(17\frac{3}{4} - \frac{1}{4}) \times \frac{12}{5}$. They then calculate $\frac{15}{4} \times \frac{12}{5} = 18$. The work is more concise and shows a clear simplification step.

S₂0521Do

A 教師「略微」滿意學生的表現（A0409In，A0416In，A0522In），並持續採用小組合作討論的實施方式。

（二）在時間和環境壓力下，與自己教學理想間衝突的 B 教師

由於 B 教師的數學任務實施方式大多混合著師生對話和小組討論，並在訪談過程中經常比較這兩種方式的優缺點。他表示到目前服務的學校之後，逐漸採用講述為主的實施方式，這一方面是因為要預留時間複習，感受到時間和課程進度的壓力（B0306In），另一方面則是因為學校環境的因素，要完成許多「額外的練習」，再加上學校月考評量的命題政策，使得自己採用講述方式來實施的比率增加（B0227In）。不過，B 教師表示，雖然有教國中補習班的經驗，但自己一直很喜歡以小組討論做為概念釐清的實施方式，只不過，有時會受限於時間限制和考試的壓力，而無法完整實施（B0313In）。

……我回到屏東之後，我講述性的東西提高很多，因為這間學校要考試，像我們還有平時測驗卷、參考書、評量……那時間很少，講述性的東西就變得很多。（B0227In）

……接下來的時間我就要趕課，……我後面就是要複習，那個是我一定要的，測驗卷都買了，我一定要十天就對了（指預留十天複習），所以我不可能花這麼多時間玩數學，雖然我很喜歡。（B0306In）

……我們這邊的考題很難，……五年級出我們的，我們出五年級的……大家交叉出其實難度都會提升，……我們有隨堂測驗卷、有數學評量，然後一直在那邊做成績計算……。 (B0525In)

講授式的實施方式除了可以解決進度的問題外，對成績的提升也會有所幫助，但並不代表學生真的懂；而討論式的發表，可以立即了解學生的理解程度 (B0313In)，而且學生建立的概念是比較紮實的 (B0410In)。但是，B 教師認為討論式的實施其實對教師是一種挑戰，教師本身的概念要很清楚 (B0417In，B0522In)，除了要聽得懂小朋友的語言外，也要用適當的語言和學生溝通 (B0320In)。雖然他大學時主修統計，但是他仍覺得在引導時不太有信心和把握 (B0522In)。

這樣釐清的狀況真的很不錯，可是不是所有的教師都願意這樣做，因為這樣是在挑戰自己的概念、數學能力。其實分組討論是很危險的，你會在小朋友面前出糗。 (B0417In)

……發現自己是數學系都是假的，小學教育和念純數跟念數統是不一樣的……你都受數學教育的薰陶，我不是耶，我們在念微積分、數值分析……數學的東西，怎麼教小孩我是輸你的。 (B0424In)

此外，B 教師表示，使用大量對話的方式來實施數學任務，最主要的目的是要提升學生上數學課的專注力 (B0320In，B0410In)，透過對話來檢視學生的理解，同時完成解題的步驟，所以 B 教師每一節課都會採用對話的方式來實施數學任務。整體來看，B 教師一直希望以討論的方式進行數學課程的實施，但是，受限於時間進度的壓力，以及學校的脈絡環境，因而使其以師生封閉對話的實施方式為主，小組開放討論為輔。但誠如 B 教師在訪談中所說，小組討論一直是他喜歡嘗試與使用的實施方式，除了表示會繼續練習與使用外 (B0515In)，也在教學中嘗試提出開放的問題讓學生討論，例如：請學生去討論平均數、中位數和眾數的用途與優缺點) (B0522ObMc)，即使自己解釋得並不好，或學生討論得不理想，但他仍然覺得是值得去嘗試的。而且他在上課時，盡量不讓學生拿出教科書，以免教科書中的示範與引導限制了學生討論的空間 (B0424In)。

(三) 考量學生學習特性和教科書特色的 C 教師

C 教師在 12 節課的觀察中，除了 2 節課中的 3 個任務是以小組討論的方式實施 (C0304ObMc1, C0304ObMc2, C0522ObMc)，其餘大都是以師生對話為主的方式進行，而且通常以複習先備知識的方式來做為開端。這主要是考量到學生的程度以及學習的特性，如果沒有先複習先前學過的概念，學生在新單元的學習成效會不彰。C 教師認為，學生被動的學習態度以及家長對於學業的不關心 (C0225In)，導致學生的數學程度不佳，對於問題中文字意義的理解不足，所以，C 教師會要求學生以「抓」關鍵字的方法，來進行文字題的轉譯與解題思考 (C0225ObMb)；由於學生對於已學過的概念不紮實，所以在課程一開始，C 教師會以複習的方式來喚起學生的舊經驗 (有 6 節課是以複習舊經驗開始)，特別是在每個單元的第一節課；C 教師為避免學生上課發呆或不專心，所以採用集體回答的方式，或是透過學習單和實做的方式 (C0429In) 等。也就是說，C 教師在數學任務實施時，主要是考量到學生的學習特性，以及學生所處家庭環境的限制，所以 C 教師會在課堂上讓學生多做練習、實做和計算 (C0429In)；也因為學生程度落差大，所以可以接受學生不理解，但是，必須先將公式背起來，等之後再理解 (C0415In)。

……文字多的時候，有一些學生就沒辦法……只要文字一多、數字一多，他就沒辦法做到，就是說折數方面的問題……。(C0225In)

……因為我們班要是沒有先複習，他們就都沒有辦法，他們平常都沒有注意的，所以這個部分我會先做，這樣的話他們大概比較好理解。(C0311In)

……這邊的學生，根本沒有在念書，家長也不管，……就連考試前一天他也去打網咖，……我已經在這邊五年了……這邊小孩子家長的情況大概都知道……能幫他們複習的就盡量幫他們……。(C0408In)

學生被動的學習習慣，再加上教科書提供完整的解題思考歷程，使得學生都會依賴教科書來回答教師的提問 (C0422In)。為了避免教科書的呈現方式而使學生更不願意思考，所以，C 教師在課堂上幾乎不讓學生打開教科書，以避免學生「依照」教科書中提供的策略來回答。再加上自己資訊教育的專長、考量傳統

教具的限制和教學的便利性，使得 C 教師在觀察的後期經常採用電子白板和教科書廠商提供的電子書來進行數學任務的實施（5 節，共 15 個任務）。透過電子白板呈現部分教科書的內容，可以引發學生的興趣，也可以避免學生過度依賴教科書而不願意思考，同時，也可以節省畫圖或掛圖所需要的時間，以及無法具體呈現的內容。

……實作需要畫圖，要找這麼大的方格紙不容易，所以選擇用電子白板。

（C0422In）

用電腦，因為我不想他們看課本裡面的解答……因為課本有解答我就不想讓他們翻開來……我觀察他們很久了，其實他們都會依賴課本回答。

（C0429In）

這樣很方便，而且可以省掉板書的時間，像畫圖、掛圖……還有一些無法在黑板呈現的東西。（C0429In）

C 教師對於數學任務的實施，大多會考量學生的學習特性和教科書的特色。雖然認同小組討論的課程實施方式（C0408In），也曾經在 3 個任務中嘗試，但是，很快就又恢復到以封閉式對話為主的實施方式；也因為使用電子白板資源，以及自己的專長，使得 C 教師在觀察的後期逐漸都以電子白板的方式來進行教學，除了可以避免學生依賴教科書而不願意自行思考外，還可以提高學生的興趣，以及突破傳統教具操作的限制，提升教學的便利性（C0422In）。雖然 C 教師表示自己沒有明確的教學主張，也沒有進行過很多的教學嘗試（C0408In），但可以了解其數學任務的實施，考量的焦點在於學生的學習特性。

（四）個案教師數學課程實施考量因素的比較

三位個案教師在數學課程實施時，有著不同的考量：A 教師想達成自己理想數學教學的樣貌，所以，經常調整教科書中的任務情境或自行設計，以使學生在類似經驗的基礎上，有豐富的討論與多元的解法。雖然 A 教師經常對學生的表現感到不滿意、挫折與灰心，也了解學生被動的學習心態，但仍繼續嘗試並輔以調整組別的方式來實施。B 教師則在理想與現實之間衝突與嘗試，雖然他喜歡以小組討論和意義釐清的方式來進行，但受限於學校的評量政策與進度壓力，所以，大多以封閉式對話來實施教科書中的數學任務，也進行過 3 節課測驗卷的檢

討。儘管如此，B 教師還是穿插一些數學任務讓學生進行小組討論。C 教師主要考量到學生的學習特性，因此，以封閉式對話來實施教科書中的數學任務，同時採用電子白板來突破教科書的限制，並增加學生的學習興趣。總結來說，三位個案教師在數學課程實施時，主要考量的因素並不相同：A 教師以考量自己數學教學的信念為主，輔以考量學生的學習特性；B 教師以考量學校的評量政策和教學進度為主，輔以考量自己的教學信念；C 教師以考量學生的學習特性為主，輔以考量教科書呈現的特色。上述比較所呈現之課程實施時考量因素的複雜性與互動性，呼應了 Remillard (2005) 和 Stein 等人 (2007) 的主張。雖然學生的學習特性是三位個案教師共同提及的因素，但三位個案教師的作法不同：A 教師藉由改變任務的內容和調整組別，來改變學生被動的學習特性，B、C 兩位教師以大量封閉式對話來提升學生的專注力，並檢驗其理解程度。同時，三位個案教師都認為教科書的示範和引導，會限制學生的思考和討論，因此在課程實施中都限制學生教科書的使用。

伍、討論

近年來，數學課程實施的議題逐漸受到重視，一方面是因為在大型國際測驗報告中指出，教室內數學課程的實施對學生數學學習的影響有最直接的影響 (Mullis et al., 2004)，另一方面則是因為數學課程改革的實施，想進一步了解課程改革結果對學生數學學習的影響 (Stein et al., 2007)。因此，數學教育研究者便開始從不同的角度與方法，來進行數學課程實施議題的探討 (Lloyd, 2008; Remillard & Bryans, 2004; Tarr et al., 2008)。國外相關的研究，可以做為國內數學課程實施議題探討的參考，同時也需要有更多的研究投注於此，以做為日後了解臺灣數學課程改革與學生數學學習表現之間關係的基礎。

在過去數學課程使用的研究中，大多以一條連續的直線來描述教師課程使用的情形，直線的一端是偏向完全使用教科書，另一端是完全自行設計。從本研究的個案教師使用數學任務的來源來看，呼應了這樣的結論，A 教師偏向自行調整與設計的一端，B 教師偏向完全使用教科書的任務，C 教師則是介於 A、B 兩位教師之間。而在使用數學任務的類型和實施方式上，本研究發現，採取小組討論

來實施的數學任務大多屬於高認知需求的任務，而採用封閉式對話實施的任務則偏向低認知需求的任務。數學任務的類型和實施方式之間是否有某種關係存在？值得進一步探討。此外，本研究也發現，B、C 兩位教師以封閉式對話來實施數學任務，因而降低了學生解題時的認知需求，使學生以低認知的方式來學習高認知需求的任務。高認知的數學任務，因為實施的方式而使學生以低認知的方式來習得，這個發現和 TIMSS 1999 年教學影片的研究（Stein et al., 2007），以及 Boaler 與 Brodie（2004）探討教室內數學改革課程實施的結果類似。因此，教室內教師如何實施高認知需求的數學任務？而在改革後的數學教科書中，呈現的數學任務有多少比率是屬於高認知需求的任務，有多少比率是屬於低認知需求的任務等？都值得進一步探討，因為這都是日後檢驗臺灣數學課程改革對學生學習影響的重要參考。

過去的研究或文獻都指出，教師在數學課程實施時，會考量到自己本身、教科書特色、面對的學生和所處的環境等因素，據此決定數學課程的實施（Remillard, 2005; Stein et al., 2007），不過，考量因素之間的互動關係並不明確。從本研究的發現來看，三位個案教師在數學課程實施時雖有明確的主要考量，但因素之間的互動關係並不明顯：A、B 兩位教師都在市區大型學校任教，但是，學校評量和個人教學理想兩者互動的結果並不相同；B、C 兩位教師均為數學背景，雖然課程實施方式有些類似，但其考量有所不同。而此一結果除了說明課程實施考量因素的複雜性外，也說明需要有更多的研究來釐清考量因素之間的關係。

陸、結論與建議

一、結論

要了解數學課程改革的成效，必須先探討教師教室內數學課程實施的情形，才能了解課程改革對學生數學學習所產生的影響。雖然教師數學課程的實施是一個複雜的現象與歷程，不易去釐清分析的面向與實施歷程中的相關因素，但是，卻可以做為未來檢視我國數學課程改革成效的基礎。因此，研究者決定以此議題

進行探究，並在參考國內外相關的研究與文獻後，採用 Stein 等人（2007）的建議，以數學任務為單位，從任務的來源、類型和實施方式探討三位不同背景個案教師教室內數學課程實施的情形，以及其實施時主要的考量。歷經一學期的研究時程後，本研究發現 A 教師偏向以符合數學教育改革的主張來實施數學課程，即以高認知的數學任務為主，且以小組合作、開放討論的方式來實施任務，並調整任務的內容來符合學生的生活經驗；B、C 兩位教師則偏向傳統的課程實施，以教科書內容為主，且大多以封閉式的對話來進行任務的實施。雖然三位個案教師都有 50% 以上的任務屬於高認知，但由於實施方式的不同，使得 A 教師有 70% 以上的任務是讓學生以高認知的方式習得，而 B、C 兩位教師則約有 70% 的任務是讓學生以低認知的方式來學習。在課程實施時的考量上，三位個案教師都考量了教科書的呈現方式對學生思考與討論的限制，因此在課程實施中，大多不讓學生拿出教科書，而且也都考量到學生學習的特性，而採取不同的實施方式。但整體來看，三位個案教師在課程實施時的主要考量有所不同：A 教師以達成自己理想數學教學為主要考量，B 教師在自己的理想與現實限制中掙扎，C 教師則以學生的學習特性為主要考量。本研究雖然只是個案研究，不宜進行過度的類推，但本研究所採用的分析架構和研究發現，都可以做為未來相關議題探討的基礎。

二、建議

根據研究發現，本研究提出三點建議供後續研究參考：首先，在數學任務的使用上，雖然本研究發現個案教師偏向使用教科書中的數學任務，但是只針對數學任務的內容部分，並未探討數學任務呈現的方式和教科書一致的比率。未來的研究或許可以參考 Grouws（2008）的研究，進一步針對教師使用數學任務在內容或程序和教科書一致的程度，給予不同的權重，透過係數的計算來了解教師使用教科書內容的情形；其次，在數學任務的實施上，本研究發現個案教師以小組討論實施的任務，大多屬於高認知的數學任務；以師生對話實施的任務，則偏向低認知的數學任務。數學任務實施方式和任務類型之間是否有密切的相關？除了小組討論、師生對話和個別練習這三種數學任務的實施方式外，是否還有不同的實施方式？最後，在數學課程實施時的考量因素上，本研究發現，教師課程實施時的考量不同，雖然符合 Stein 等人（2007）所提的觀點，但是，和 Remillard

(2005) 提出的架構不同，不論教師的數學背景、使用的教科書版本，以及學校所在的位置，似乎對於教師課程實施的影響並不明確。在數學課程實施時，考量較多的是教師的個別性和學校的脈絡性，但這樣的發現可以說明其他教師的情形嗎？在個別性與脈絡性的課程實施中，是否可以找出教師共同主要考量的因素？考量因素之間的互動關係又是如何？這些需要更多的研究來進一步探討與釐清。

誌謝：本研究感謝國科會提供經費協助（計畫編號：NSC 97-2511-S-153-001）和參與研究的教師。本文的論點為作者所有，不代表國科會。

參考文獻

- 王玉品、徐偉民（2009）。一位國小教師面對數學教學改革的抗拒和改變。*科學教育學刊*，**17**（3），233-253。
- 【Wang, Y.-P., & Hsu, W.-M. (2009). Resistance and change of an elementary school teacher in reaction to mathematics teaching reform. *Chinese Journal of Science Education*, 17(3), 233-53.】
- 林碧珍（2000）。在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。*新竹師院學報*，**13**，115-148。
- 【Lin, P.-J. (2000). A collaborative action research of a teacher education program for enhancing teachers professional development in mathematics teaching. *Journal of National Hsin-Chu Teachers College*, 13, 115-148.】
- 徐偉民、徐于婷（2009）。國小數學教科書代數教材之內容分析：臺灣與香港之比較。*教育實踐與研究*，**22**（2），67-94。
- 【Hsu, W.-M., & Hsu, Y.-T. (2009). The content analysis of algebra material in the elementary mathematic textbooks of Taiwan and Hong Kong. *Journal of Educational Practice and Research*, 22 (2), 67-94.】
- 陳仁輝、楊德清（2010）。臺灣、美國與新加坡七年級代數教材之比較研究。*科學教育學刊*，**18**（1），43-61。
- 【Chen, R.-H., & Yang, D.-C. (2010). Comparing 7th grade algebra textbooks used in Taiwan, U.S.A. and Singapore. *Chinese Journal of Science Education*, 18 (1), 43-61.】
- 教育部（2003）。國民中小學九年一貫課程綱要：數學學習領域。臺北市：作者。

【Ministry of Education (2003). *Grade 1-9 curriculum guidelines: Learning areas of mathematics*. Taipei, Taiwan: Author】

連安青（1999）。小學數學新課程之實施：一位小學教師的實作與反省。《課程與教學季刊》，2（1），35-48。

【Lien, A.-C. (1999). Implementation of new mathematics course in elementary school: A teacher's experience and reflection. *Curriculum & Instruction Quarterly*, 2 (1), 35-48.】

許灝方（2002）。國民中學數學領域課程實施之研究。國立臺南師範學院初等教育學系課程與教學碩士班碩士論文，未出版，臺南市。

【Hsu, C.-F. (2002). *A study on mathematics curriculum implementation in junior high school*. Unpublished master's thesis, National Tainan Teacher College, Tainan, Taiwan.】

黃政傑（1995）。《教科書的正用與誤用》。臺北市：師大書苑。

【Huang, C.-C. (1995). *Textbooks use in right and wrong way*. Taipei, Taiwan: Shih-Ta.】

黃毓芬、張靜馨、曾志華（2008）。學佈脈絡數學問題：探討一位國中數學教師課室佈題實務的改變。《科學教育學刊》，16（3），255-280。

【Huang, Y.-F., Chang, C.-K., & Tzeng, J.-H. (2008). Learning to pose contextual mathematics problems: Exploring changes in an in-service teacher's practices in the classroom. *Chinese Journal of Science Education*, 16 (3), 255-280.】

鄭章華、邱守榕、王夕堯（2001）。影響國中數學教師進行建構式教學改變之因素：合作協助者之立場作為與成效分析。《科學教育學刊》，12，127-146。

【Cheng, C.-H., Chiu, S.-Y., & Wang, S.-Y. (2001). The study of factors influencing the teaching change of a secondary math teacher: The analysis of its practicality and effects from the standpoint of the researcher as a collaborator. *Chinese Journal of Science Education*, 12, 127-146.】

鍾靜（2005）。論數學課程近十年來之變革。《教育研究月刊》，133，124-134。

【Chung, C. (2005). Analyzing mathematics curriculum evolving of Taiwan in tens years. *Journal of Education Research*, 133, 124-134.】

Becker, J. P., & Selter, C. (1996). Elementary school, practices. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 511-564). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic.

Boaler, J., & Brodie, K. (2004). The importance, nature and impact of teacher questions. In D. E. McDougall & J. A. Ross (Eds.), *Proceedings of the 26th conference of the Psychology of Mathematics Education* (pp. 773-781). Toronto, Canada: OISE/UT.

- Boaler, J., & Staples, M. (2005). *Creating mathematical futures through an equitable teaching approach: The case of Railside school*. Retrieved August 15, 2008, from <http://www.stanford.edu/~jobolar/equitable.pdf>
- Brown, M. (2002). *Teaching by design: Understanding the interactions between teacher practice and the design of curricula innovation*. Evanston, IL: Northwestern University Press.
- Cohen, D. K., Peterson, P. L., Wilson, S., Ball, D., Putnam, R., Prawat, R. et al. (1990). *Effects of state-level reform of elementary school mathematics curriculum on classroom practice*. Retrieved February 18, 2009, from <http://ncrtl.msu.edu/http/rreports/html/pdf/tr9014.pdf>
- Cuban, L. (1992). Curriculum stability and change. In P. W. Jackson (Ed.), *Handbook of research on curriculum* (pp. 216-247). New York: Macmillan.
- Curriculum Planning and Development Division. (2006). *Mathematics syllabus primary*. Singapore, Singapore: MOE.
- Ernest, P. (1998). A postmodern perspective on research in mathematics education. In A. Sierpinski & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: A search for identify* (pp. 71-85). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic.
- Goodlad, J. (1979). *Curriculum inquiry: The study of curriculum practice*. New York: McGraw-Hill.
- Grouws, D. A. (2008). *Opportunity to learn: Three indices*. Paper presented at the conference of Investigating the relationship between mathematics teaching and development of curriculum, Chiayi, Taiwan.
- Grouws, D., Smith, M., & Sztajn, P. (2004). The preparation and teaching practice of U.S. Mathematics teachers: Grades 4 and 8. In P. Kloosterman & F. Lester (Eds.), *The 1990 through 2000 mathematics assessments of the National Assessment of Educational Progress: Results and interpretations* (pp. 221-269). Reston, VA: NCTM.
- Gutstein, E. (2003). Teaching and learning mathematics for social justice in an urban, Latino school. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(1), 37-73.
- Harwell, M. R., Post, T. R., Maeda, Y., Davis, J. D., Cutler, A. L., Andersen, E. et al. (2007). Standards-based mathematics curricula and secondary students' performance on standardized achievement tests. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(1), 71-101.
- Henningsen, M., & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning.

Journal for Research in Mathematics Education, 28(5), 524-549.

Lincoln, Y. S., & Cuba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. Newbury Park, CA: Sage.

Lloyd, G. (2008). Curriculum use while learning to teach: One student teacher's appropriation of mathematics curriculum materials. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(1), 63-94.

Martin, M. O., Mullis, I. V. S., Gonzales, E. J., & Chrostowski, S. J. (2004). TIMSS 2003 international science report: *Findings from IEA's trends in international mathematics and science study at the fourth and eighth grades*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

Nicol, C., & Crespo, S. (2006). Learning to teach with mathematics textbooks: How preservice teachers interpret and use curriculum materials. *Educational Studies in Mathematics*, 62, 331-355.

Post, T. R., Harwell, M. R., Davis, J. D., Maeda, Y., Cutler, A. L., Andersen, E. et al. (2008). Standards-based mathematics curricula and middle-grades students' performance on standardized achievement tests. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(2), 184-212.

Raymond, A., & Leinenbach, M. (2000). Collaborative action research on the learning and teaching of algebra: A story of one mathematics teacher's development. *Educational Studies in Mathematics*, 41(3), 283-307.

Remillard, J. (1999). Curriculum materials in mathematics education reform: A framework for examining teachers' curriculum development. *Curriculum Inquiry*, 29(3), 315-342.

Remillard, J. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricular. *Review of Educational Research*, 75(2), 211-246.

Remillard, J., & Bryans, M. (2004). Teachers' orientations toward mathematics curriculum materials: Implications for teacher learning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(5), 352-388.

Silver, E. A., Mesa, V. M., Morris, K. A., Star, J. R., & Benken, B. M. (2009). Teaching mathematics for understanding: An analysis of lessons submitted by teachers seeking

NBPTS certification. *American Educational Research Journal*, 46(2), 501-531.

Stein, M., Remillard, J., & Smith M. (2007). How curriculum influences student learning. In F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 319-369). Charlotte, NC: Information Age.

Stein, M., Smith, M., Henningsen, M., & Silver, E. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. New York: Teacher College.

Tarr, J., Reys, R., Reys, B., Chavez, O., Shih, J., & Osterlind, S. (2008). The impact of middle-grades mathematics curricula and the classroom learning environment on student achievement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(3), 247-280.

The Finnish National Board of Education. (2004). *National core curriculum for basic education 2004: National core curriculum for basic education for intended pupils in compulsory education*. Helsinki, Finland: Author.